

Systèmes mécaniques



Solides rigides
Module d'Young
Cordes vibrantes
Chaînes d'atomes
Systèmes de points

*La vie, c'est comme une bicyclette, il faut
avancer pour ne pas perdre l'équilibre.
(Albert Einstein)*

CH I : De la cinétique à la dynamique du solide

Ce chapitre a été préparé par les exercices de « Moments » traités en janvier-février

I – Éléments de cinétique

1 – Centre de masse et théorème du centre de masse

$$M \mathbf{a}_G = \text{Somme des forces}$$

Exemple : Orbite d'un satellite (à l'altitude z) = mouvement du centre de masse G du satellite

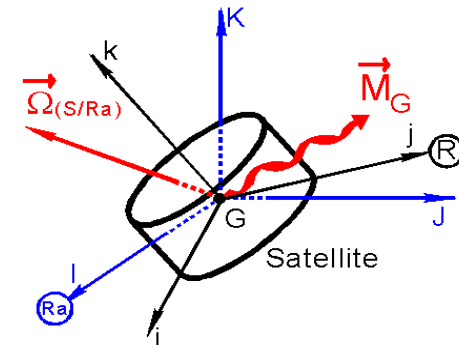
2 – Moment d'inertie et théorème du moment cinétique; cas de la rotation autour d'un axe fixe

$$d\boldsymbol{\sigma} / dt = J d\boldsymbol{\Omega} / dt = \text{Somme des moments des forces}$$

Généralisation possible, modèle 3D:

Exemple: Attitude d'un satellite, orientation dans l'espace autour de son centre de gravité .

$$\begin{pmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} J_{11} & J_{12} & J_{13} \\ J_{21} & J_{22} & J_{23} \\ J_{31} & J_{32} & J_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Omega_1 \\ \Omega_2 \\ \Omega_3 \end{pmatrix}$$



II – Vecteur instantané de rotation Ω

1 – Ne confondez pas **Repère barycentrique** et **Repère lié au solide**

a – **Repère barycentrique**: lié au cdm du système; axes // à ceux d'un galiléen

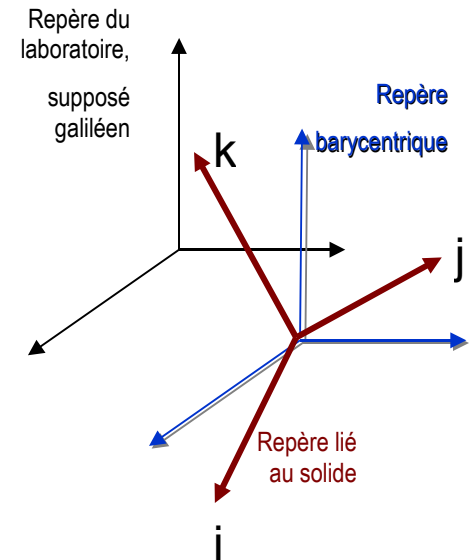
b – Ω représente le vecteur de rotation du solide autour du centre de masse

Il caractérise la rotation du solide dans le repère barycentrique.

c - **Le mouvement du solide par rapport au laboratoire peut donc être décomposé en:**

- Mouvement du centre de masse (trajectoire $r(t)$ d'un satellite, d'altitude $z(t)$)
- Mouvement autour du centre de masse (a t t itude d'un satellite)

$$d\mathbf{i}/dt = \Omega \wedge \mathbf{i}$$



2 - Mouvement d'un point d'une roue de bicyclette

a – Vitesses dans les 3 repères précédents; ici $\Omega = \omega u_z$

b – Cas $\omega = \text{constante}$, équation paramétrique de la cycloïde

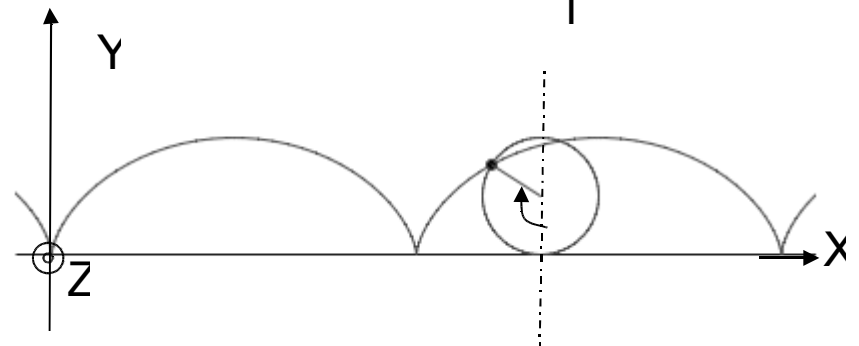
$$X = R(\omega t - \sin(\omega t))$$

$$Y = R(1 - \cos(\omega t))$$

c – Vitesses et accélérations des divers points de la roue, notamment quand un point passe au contact du sol

Roulement sans glissement: $v_{\text{contact}} = 0$

Et si le vélo roule sur un tapis roulant?



CH II – De la cinématique à la dynamique du solide

I – Cinématique: champ des vitesses et vecteur instantané de rotation

1 – Relation entre vitesses dans un solide: soient A et B deux points d'un solide

Dans le repère du laboratoire (ou dans le repère barycentrique si $O = G$):

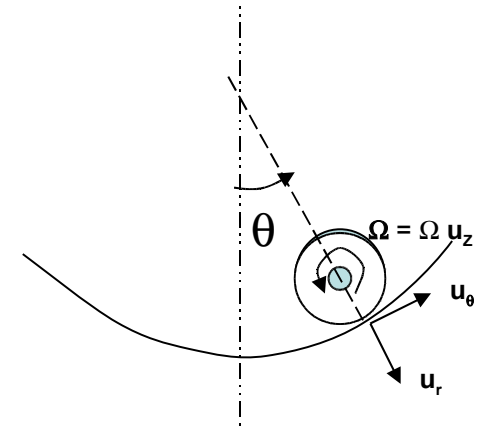
$$d \mathbf{OA}/dt = d \mathbf{OB}/dt + d \mathbf{AB}/dt \text{ et } d \mathbf{AB}/dt = \boldsymbol{\Omega} \wedge \mathbf{AB}, \text{ d'où } \mathbf{V}_A = \mathbf{V}_B + \boldsymbol{\Omega} \wedge \mathbf{BA}$$

2 – Application au calcul de $\boldsymbol{\Omega}$

Exemple d'une roue sur glissière circulaire fixe:

$$\text{Cas } \boldsymbol{\Omega} = \Omega \mathbf{u}_z = - \left\{ \left[(R-r) / r \right] d\theta/dt \right\} \mathbf{u}_z$$

« Homothétie »
et signe à voir



II – Actions de contact entre deux solides, lois de Coulomb

1 - Roulement sans glissement; vitesse relative de contact nulle $\mathbf{V}_i = \mathbf{V}_{i'}$

$$T < f N \text{ ssi } \mathbf{V}_i = \mathbf{V}_{i'}$$

2 – Glissement ; $\mathbf{V}_i \neq \mathbf{V}_{i'} \Leftrightarrow \mathbf{V}_{\text{relative}} \neq 0$

$$T = f N \text{ ssi } \mathbf{V}_{\text{relative}} \neq 0$$

III – Solide en rotation autour d'un axe

1 – Axe fixe dans un référentiel galiléen

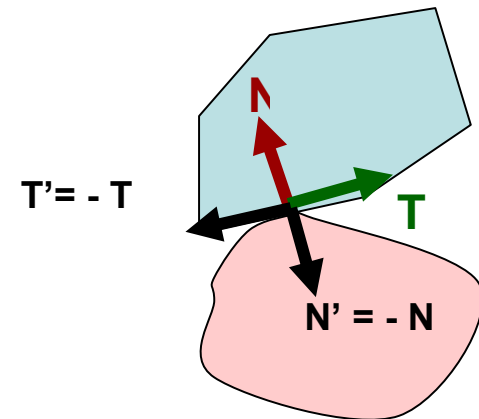
$$d\boldsymbol{\sigma}_A/dt = J d\boldsymbol{\Omega}/dt = \boldsymbol{\Gamma}$$

$$\text{Puissance} = dE_c/dt = (1/2) J d\Omega^2/dt = W$$

2 – Axe dont la direction reste fixe dans un repère galiléen

Voir notamment axe fixe dans le repère barycentrique (Cf CH III)

Dans le repère du laboratoire et dans le repère barycentrique, le théorème du moment cinétique par rapport à un axe fixe peut être appliqué aussi à un axe passant par le centre de masse. Ceci est dû aux propriétés particulières du centre de masse. (démonstrations en classe)



IV –ROUE de véhicule (bicyclette, voiture...) roulement sans glissement

Une roue de véhicule peut rouler sans glisser ssi les frottements sont suffisants pour empêcher le glissement. Sur du verglas, frottements insuffisants, les roues glissent.



1- Roue de rayon a

a - Théorème du moment cinétique:

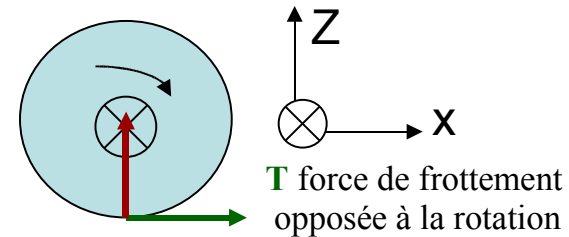
$$\text{Jaxe } d^2\theta/dt^2 = - a T + \Gamma \text{ pédalage ou moteur}$$

b - Théorème du centre de masse:

$$m a_{\text{cdm}} = T + \text{Poids} + N \text{ réaction normale au support}$$

$$\text{d'où, sur l'horizontale: } m d^2x / dt^2 = T$$

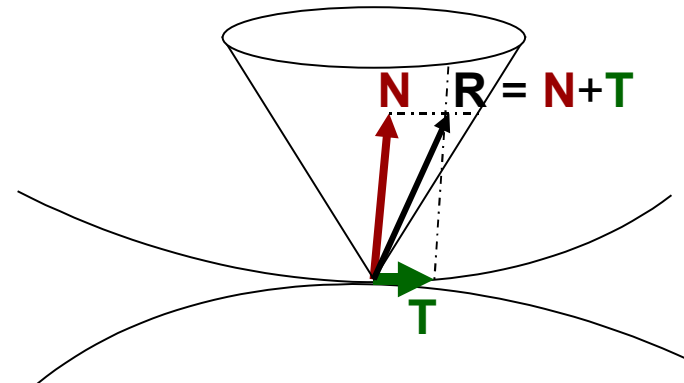
La force de frottement est indispensable pour avancer; c'est par l'effet de moment opposé à la rotation qu'elle s'oppose de plus au mouvement.



2 - Loi de Coulomb et cône de frottement à l'intérieur duquel reste R

$T < f N$; $V_{\text{glissement}} = 0$: R intérieur au cône de frottement; roulement sans glissement.

Par contre, si glissement $T = f N$
($V_{\text{glissement}} \neq 0$, R reste sur le cône)



CH III Changements de repères; repère barycentrique

I – Le repère barycentrique

II – Les théorèmes de Koenig

1 - Le théorème du moment cinétique dans le repère barycentrique

2 - Le théorème de l'énergie cinétique dans le repère barycentrique

III –Intérêt du théorème de l'énergie cinétique dans les problèmes à 1 degré de liberté: le problème du yoyo

On établira les équations par plusieurs méthodes utilisant les théorèmes de Koenig; on travaillera à la manière des TP de Centrale (notice 2009):

- comprendre et s'appropriier l'activité proposée afin de mettre en oeuvre un protocole expérimental ;
- analyser, justifier les modalités choisies ;
- valider et présenter correctement les résultats obtenus ;
- formuler et communiquer des conclusions.

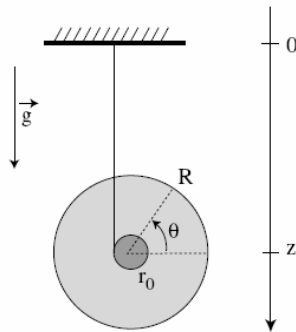


Figure 1: Schéma du yoyo avec un fil fin.

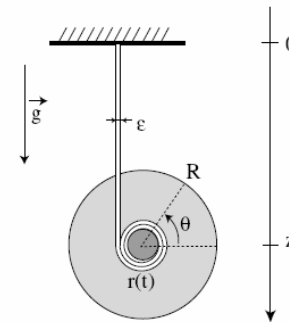


Figure 2: Schéma du yoyo avec un fil d'épaisseur ϵ .

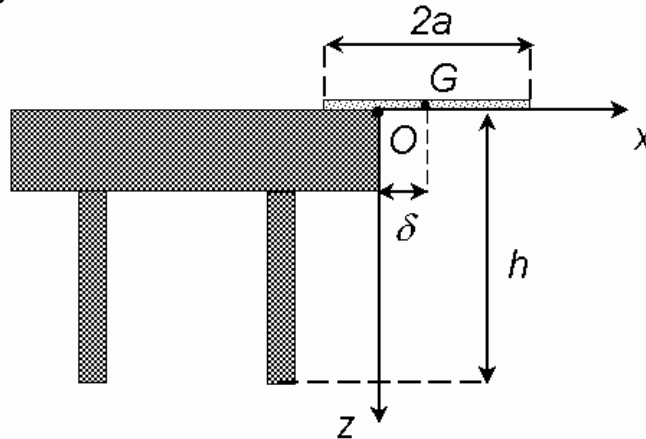
$$\dot{z} = \sqrt{2gz} \left[1 + \frac{1}{2} \left(\frac{R}{r_0} \right)^2 \right]^{-1/2}.$$

$$\dot{z} = \sqrt{2gz} \left[1 + \frac{1}{2} \frac{R^2}{r_0^2 + \frac{\epsilon}{\pi}(L - z)} \right]^{-1/2}.$$

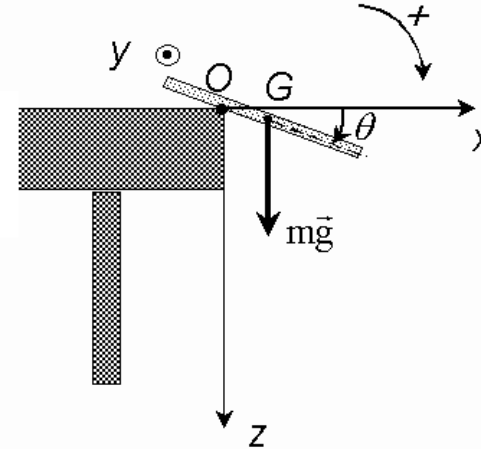
IV – A table! : tartine beurrée et loi de Murphy sujet Mines 99 et autres

Depuis son premier énoncé vers 1949 par Edward A. **Murphy**, capitaine de l'US Air Force, la « Loi » a engendré une flopée de lois dérivées, corollaires et variations: tout univers de type conventionnel contenant des êtres verticaux similaires à l'homme (assimilés à des cylindres de polymère), dont les tables se situent à la moitié de leur taille, une tartine fera toujours un nombre impair de demi-tours lors de sa chute et **tombera du côté beurré**.

I – L'expérience



Tartine sur la table prête à tomber



Chute de la tartine

II - Modèle simplifié :

1ère étape: Rotation sans glissement, angle θ par rapport à l'horizontale autour du point de contact O situé au milieu de la barre; angle initial ε très petit; la tartine a une épaisseur b .

2ème étape : A partir de $\theta = \theta_0$ (par exemple 45°), la tartine quitte brusquement le contact avec la table; chute libre.

Variante : tartine sans épaisseur ($b = 0$), mais $OG = \delta$ constant non nul pendant la première étape.

III - Modèle plus élaboré: on suppose d'abord un glissement en O jusqu'à θ_0 pouvant aller jusqu'à 90° ; puis chute libre.

IV - Quelle table, pour quel géant, permettrait d'obtenir que la tartine ne tombe pas du côté du beurre?

Et sur la planète Mars ($g_{\text{Mars}} = 3,7 \text{ ms}^{-2}$)?

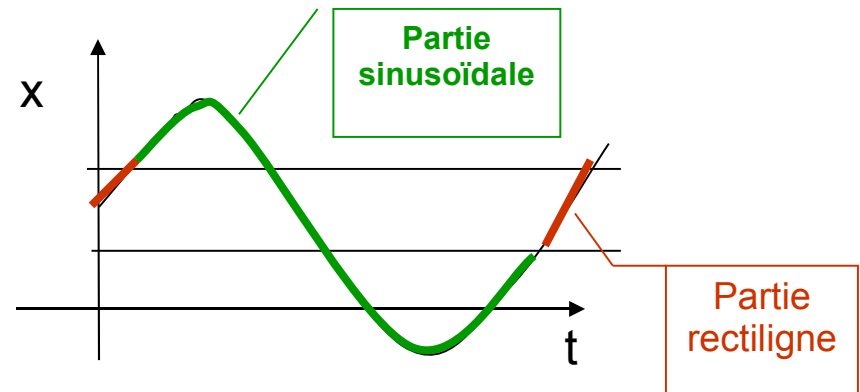
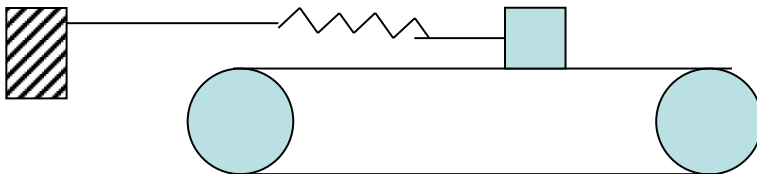


CH IV – Quelques exemples de mécanique des solides

A – Mouvements de translation

I - Modèle stick-slip = collé-glissé

1 - Modélisation de ces effets stick-slip = collé-glissé



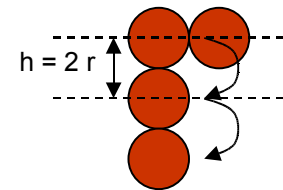
2 Applications

a - Modélisation d'un écoulement granulaire / Chant des dunes

Un modèle stick-slip de chute des grains les uns sur les autres traite la chute « élémentaire » d'un grain de diamètre h entre 2 contacts successifs avec d'autres grains : $h = gT^2/2$ où T est la durée de cette chute élémentaire. Si chaque chute élémentaire est bien identique, alors, le son devient fort (interférences constructives) et de fréquence **$f = 1/T \approx 100\text{Hz}$**

b– A l'échelle microscopique, positionnements au micromètre près par actionneur piézoélectrique à comportement stick-slip

c – A l'échelle nanométrique, comportement stick-slip de molécules tensioactives ...



Interférences sonores constructives si les grains de sable sont tous identiques:

*C'est l'essaim des Djinns qui passe,
Et tourbillonne en sifflant.
Victor Hugo*

II - Expérience de Timochenko

Soient 2 roues en rotations imposées ($\Omega_1 = -\Omega_2$) soutenues par leurs axes de rotation; et une plaque posée sur les roues.

Il y a nécessairement glissement, il faut prévoir les sens des forces de frottement:

En valeurs absolues: $T_1 = f N_1$; $T_2 = f N_2$

Théorème du cdm pour la plaque:

$$M \frac{d^2x}{dt^2} = T_1 - T_2$$

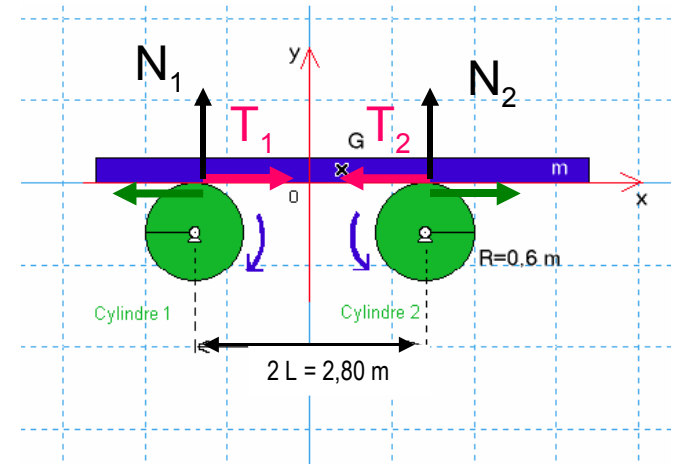
$$0 = N_1 + N_2 - Mg$$

Théorème du moment cinétique pour la plaque,
de longueur $2L$:

$$0 = (L+x)N_1 - (L-x)N_2$$

Par substitutions, il vient:

$$M \frac{d^2x}{dt^2} = -f Mg x / L \text{ (oscillations harmoniques)}$$



Addendum: étudier les couples à appliquer aux roues pour imposer la rotation choisie ci-dessus.

III – Etude comparée « Poulies et yoyo »; on comparera en classe les cas suivants:

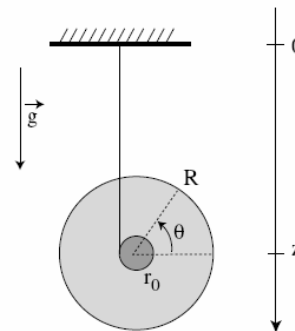
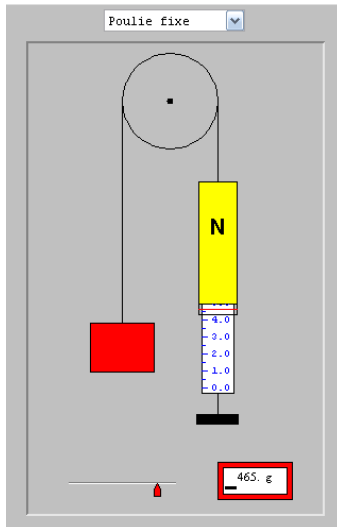


Figure 1: Schéma du yoyo avec un fil fin.

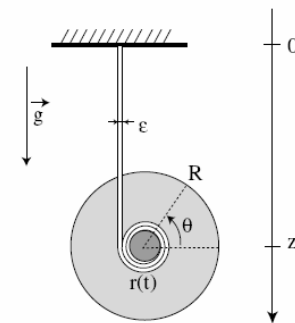


Figure 2: Schéma du yoyo avec un fil d'épaisseur ϵ .

CH V Puissance-Travail- Energie

I – Torseur dynamique

1 – Force et moment d'une force par rapport à un point

2 – Forces transmises par des poulies

3 – Couple de forces

Le moment du couple, noté Γ , est le même en tout point

II – Puissance d'un champ de forces

1 . $\mathcal{P} = \mathbf{F} \cdot \mathbf{V} + \Gamma \cdot \Omega$

2 . Puissance des actions de contact ; action-réaction

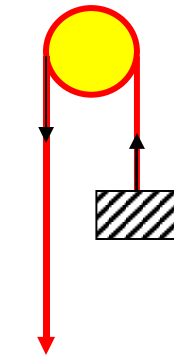
$$\mathcal{P} = \iint_S d\mathbf{F}_{1 \rightarrow 2} \cdot \mathbf{V}(I_2) + \iint_S d\mathbf{F}_{2 \rightarrow 1} \cdot \mathbf{V}(I_1) = \iint_S d\mathbf{F}_{1 \rightarrow 2} \cdot \mathbf{V}_{\text{glissement}}$$

$$\mathcal{P} = 0 \text{ si roulement sans glissement ou si liaison } \perp \mathbf{V}_{\text{glissement}}$$

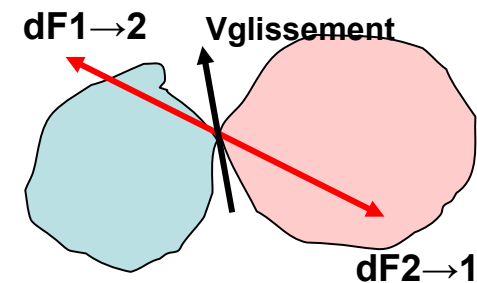
3 . En pratique

Liaison parfaite = Puissance totale des actions de contact = 0

Contact entre 2 solides : $\mathcal{P}_{1 \rightarrow 2} + \mathcal{P}_{2 \rightarrow 1} \leq 0$ (puissance résistante)



Poulie
avec ou
sans
masse



III – Energies

1 - Energie cinétique; énergie potentielle; énergie mécanique

Théorème de König pour l'énergie cinétique

Théorème de l'énergie cinétique : fait intervenir le travail de **toutes** les forces, y compris les forces intérieures (voir cas travail nul) et les forces d'inertie .

2 – Solide en rotation autour d'un axe fixe

$$E_c = J_{\Delta O} \Omega^2 / 2 \text{ et cas } E_c = J_{\Delta G} \omega^2 / 2 + M v_G^2 / 2$$

3 – Aux confins de la mécanique classique

Relativité einsteinienne $E^2 = p^2 c^2 + m^2 c^4$
dont le photon $E = h\nu$ et $m = 0$

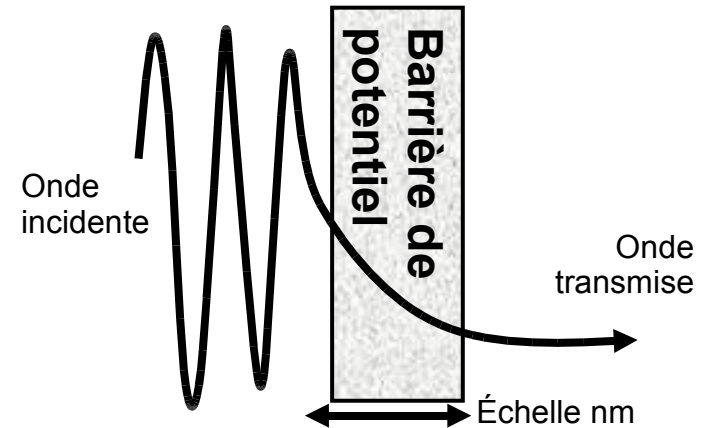
Mécanique quantique

- équation de Schrödinger

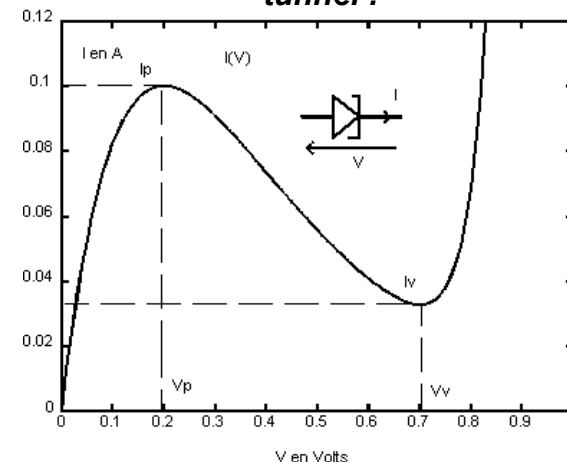
$$(-\hbar^2/8\pi^2m)\Delta\psi + E_{\text{potentiell}} \cdot \Psi = E_{\text{totale}} \Psi$$

- effet tunnel : diode tunnel, microscope à effet tunnel ...

Franchissement d'une barrière de potentiel par effet tunnel :

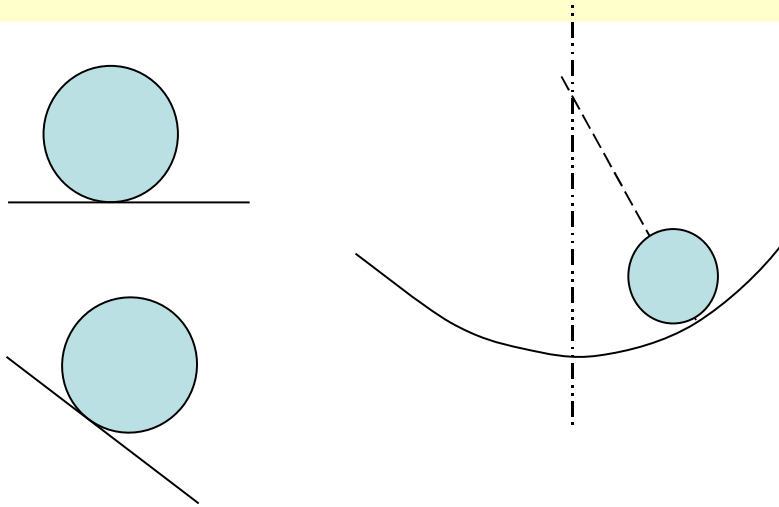


Effet tunnel, d'où tronçon à résistance négative, dans une diode très fortement dopée, dite diode tunnel :



IV - De roue en roues

exemples étudiés en cours



Dans chaque cas, écrire

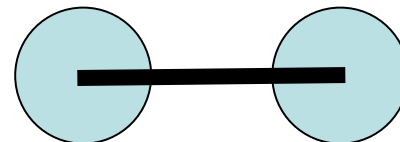
le théorème du centre de masse,
le théorème du moment cinétique,
le bilan énergétique

Etudier le rôle des actions de contact.



*La roue de Marcel Duchamp,
mouvement Dada, 1913 -
Centre Pompidou*

Modèle de véhicule
avec roue motrice



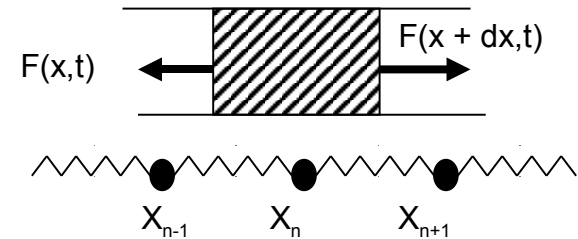
Mécanique CH VI : Module d'Young

I – Vibrations longitudinales d'une tige solide - Retenir $E_{\text{acier}} = 10^{11} \text{ Pa}$

1 – Modèle macroscopique $F = E s \frac{\partial X_{\text{déplacement}}}{\partial x_{\text{position}}}$

2 – Modèle moléculaire = chaîne infinie d'atomes; $E = K / a$

3 – Cas du ressort usuel; retrouver $F' = -k (l - l_0)$



TP : Vibrations longitudinale d'une tige

1 – Equation de d'Alembert $\frac{\partial^2 X}{\partial t^2} = c^2 \frac{\partial^2 X}{\partial x^2}$

Vitesse de propagation $c = (E/\mu)^{1/2}$ [Module d'Young/Masse volumique]

2 – Dispositif expérimental ci-contre:

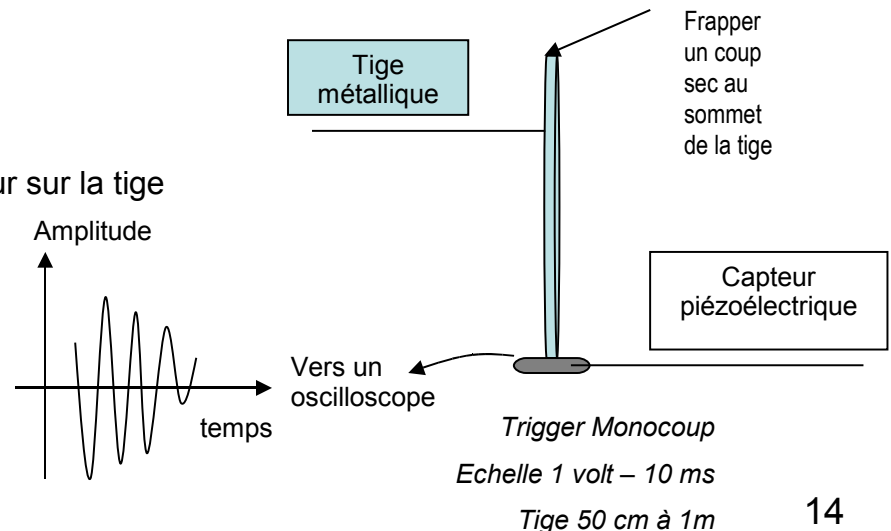
3 – Mesure de c , puis du module d'Young E :

Une pseudo-période T de la courbe = Durée d'1 aller-retour sur la tige

Tige de longueur L

D'où $c = 2L / T$, puis $E = \mu c^2$

Question subsidiaire: modéliser l'atténuation observée

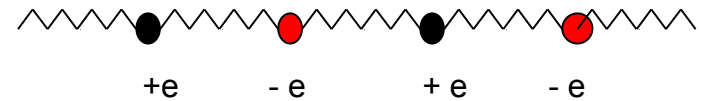


II – Matériaux piézoélectriques (TP, TIPE, TD Centrale 2001)

1 – Aspects électromécaniques = chaîne d'ions +e -e

2 – Aspect thermodynamique $dU = T dS + F dL + V dq$

3 – Modélisation d'un résonateur RLC // C

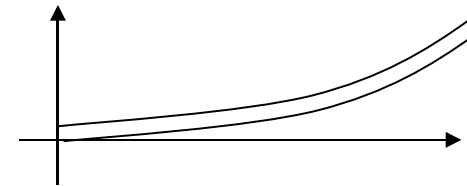


III – Quelques pistes pour aller plus loin

1 – Module d'Young et vibrations transversales

Les forces qui résultent de la flexion sont d'ordre 2 par rapport

aux forces de traction décrites en I, d'où $\rho s \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = -E \left(\iint y^2 ds \right) \frac{\partial^4 y}{\partial x^4}$



On admettra cette équation et on en tirera quelques solutions, notamment modes propres.

On peut aussi bien étudier les déformations d'une poutre que celles d'un tube de nanocarbone (X 2000)

Nanotubes de carbone (1985) :

Module d'Young E (nanotube) = 10 E (acier);

masse volumique ρ (nanotube) = ρ (acier)/6,

Taille nm $\ll$ fente diffractante ou $\ll$ cheveu

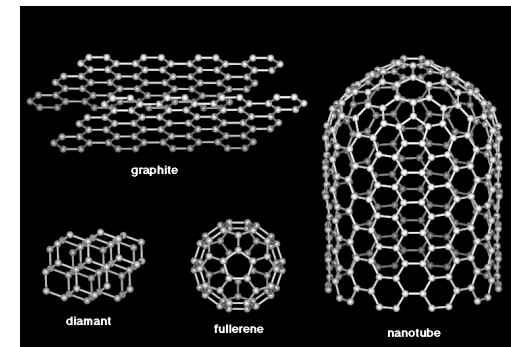
Chimie : Synthèse de fullerènes par vaporisation de graphite sous atmosphère d'argon

Synthèse de nanotubes à partir de poudre graphite et de catalyseurs (Co, Ni, Y)

2 – Tenseur des contraintes

Il s'agit d'une représentation qui peut s'appliquer aux fluides,

aux solides déformables, aux milieux granulaires ... Voir ENS2002 par exemple



CH VII: Des cordes vibrantes aux vibrations dans les solides

I – Cordes vibrantes, vibrations transversales

1 – **Modèle continu**, masse linéique uniforme λ , vibration transversale

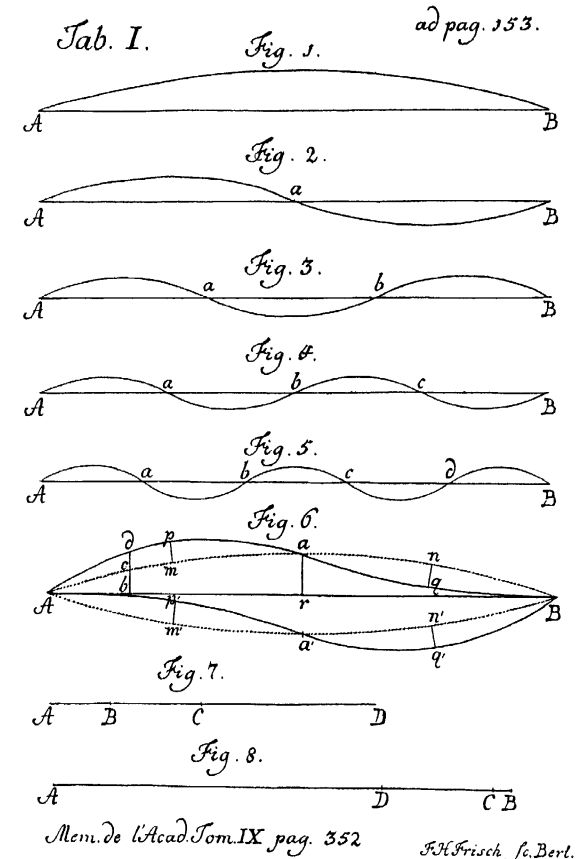
$$\lambda \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = T \left(\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \right); c = (T/\lambda)^{1/2}$$

2 – **Modèle discret**, masselottes ponctuelles régulièrement espacées

$$m \frac{d^2 y_n}{dt^2} = T (y_{n+1} + y_{n-1} - 2y_n)/a \text{ et passage à la limite}$$

3 – Principaux types de solutions

- **OPPM** : Ondes planes progressives sinusoïdales
 $y = A \cos(\omega t - kx) + B \cos(\omega t + kx)$
- **Ondes stationnaires, modes propres**:
 Extrémités fixes $y(L) = y(0) = 0$, d'où $y = F(t)G(x)$ et modes propres ;
 voir instruments à cordes
 Construction de la solution par superposition des modes propres: développements en série de Fourier;
 Exemple de la corde de piano: corde frappée, suppression de l'harmonique 7
- **Corde de Melde, résonance** :
 Une extrémité fixe $y(0) = 0$,
 Un vibreur à l'autre extrémité $y(L) = D \cos(\Omega t)$,
 d'où résonance à étudier pour $y(x,t) = A \cos(\Omega t) \cos(kx + \phi)$



Extrait de Histoire de l'académie royale
 des sciences et belles lettres année
 1753, Berlin 1755. *Contribution de
 Bernoulli*

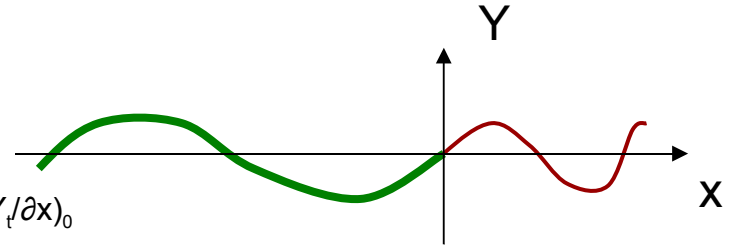
II – Réflexion, transmission entre 2 cordes

Onde arrivant de la gauche, réflexion en $x=0$; transmission en $x=0$

1 - Continuité des amplitudes en $x=0$: $Y_1(0,t) + Y_r(0,t) = Y_t(0,t)$

2 - Continuité des vitesses en $x=0$: $(\partial Y_1 / \partial t)_0 + (\partial Y_r / \partial t)_0 = (\partial Y_t / \partial t)_0$

3 - Continuité de T , c'est-à-dire de $T_0 \propto \alpha_{\text{en } x=0}$: $(\partial Y_1 / \partial x)_0 + (\partial Y_r / \partial x)_0 = (\partial Y_t / \partial x)_0$



Soit $Y_1(x,t) = A_1 \cos(\omega t - k_1 x)$; $Y_r(x,t) = A_r \cos(\omega t + k_1 x)$; $Y_t(x,t) = A_t \cos(\omega t - k_2 x)$;

Coefficient de réflexion $r = Y_r / Y_1$; coefficient de transmission $\tau = Y_t / Y_1$

Etablir $r = (k_1 - k_2) / (k_1 + k_2)$ et $\tau = 2k_1 / (k_1 + k_2)$

III – Bilan énergétique linéique pour une corde vibrante

Puissance des forces de tension:

$\mathcal{P} = [\partial (\mathbf{T} \cdot \mathbf{v}) / \partial x] dx$ et $\mathbf{T} \cdot \mathbf{v} = T_0 \alpha \partial Y / \partial t$

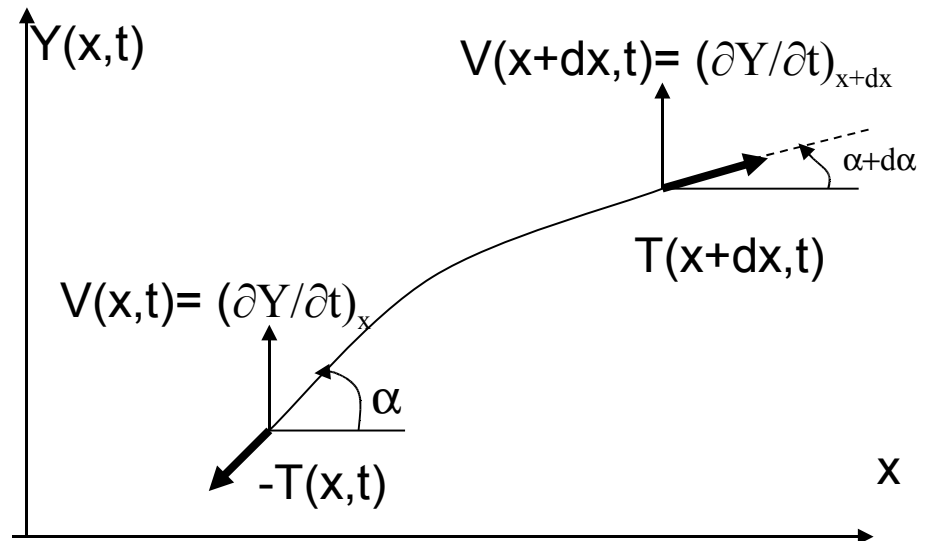
D'où $\mathcal{P} = T_0 \{ \partial [(\partial Y / \partial x) * (\partial Y / \partial t)] / \partial x \} dx$

$p_{\text{linéique}} = T_0 * [(\partial^2 Y / \partial x^2) * (\partial Y / \partial t)] + T_0 * [(\partial Y / \partial x) * (\partial^2 Y / \partial x \partial t)]$

$= \lambda [(\partial^2 Y / \partial t^2) * (\partial Y / \partial t)] + (T_0 / 2) [\partial (\partial Y / \partial x)^2 / \partial t]$

$p_{\text{linéique}} = d(e_c + e_p) / dt = -\text{div}(-\mathbf{T} \cdot \mathbf{v}) * u_x$

$e_c = (\lambda / 2) (\partial Y / \partial t)^2$; $e_p = (T_0 / 2) (\partial Y / \partial x)^2$



De l'atome aux d'alembertiens, résumé

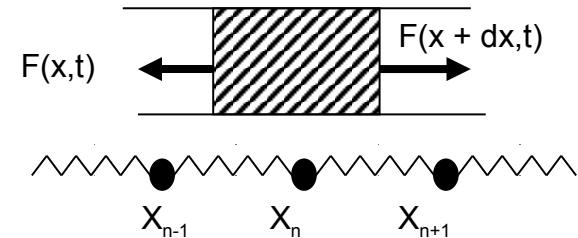
CH VI – Vibrations le long d'une tige solide, module d'Young

1– Modèle macroscopique

$$F = E s \frac{\partial X}{\partial x} \text{ déplacement / } \frac{\partial x}{\partial x} \text{ position}$$

2 – Modèle moléculaire = chaîne infinie d'atomes; $E = K / a$

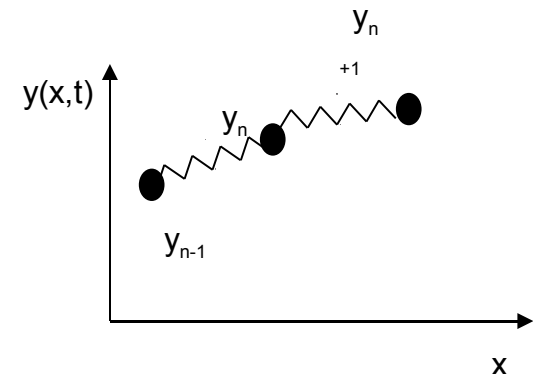
3 – Cas du ressort usuel: $F' = -k (l - l_0)$



CH VII § I – Cordes vibrantes, vibrations transversales

1 – **Modèle continu**, masse linéique uniforme μ , vibration transversale
 $\mu \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = T \left(\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \right)$; $c = (T/\mu)^{1/2}$

2 – **Modèle discret**, masselottes ponctuelles régulièrement espacées
 $m \frac{d^2 y_n}{dt^2} = T (y_{n+1} + y_{n-1} - 2 y_n) / a$ et passage à la limite



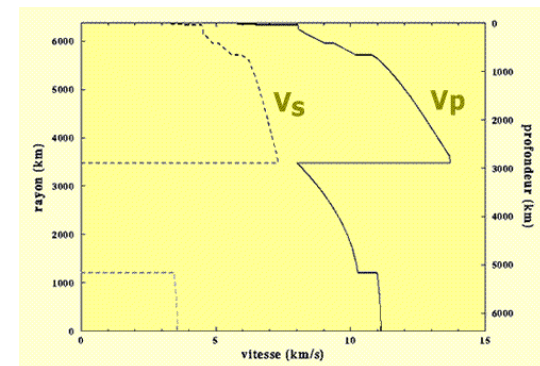
Applications à la sismologie; à l'héliosismologie

Ondes transversales et ondes longitudinales,

La vitesse de propagations des ondes P et S dépend de la profondeur.

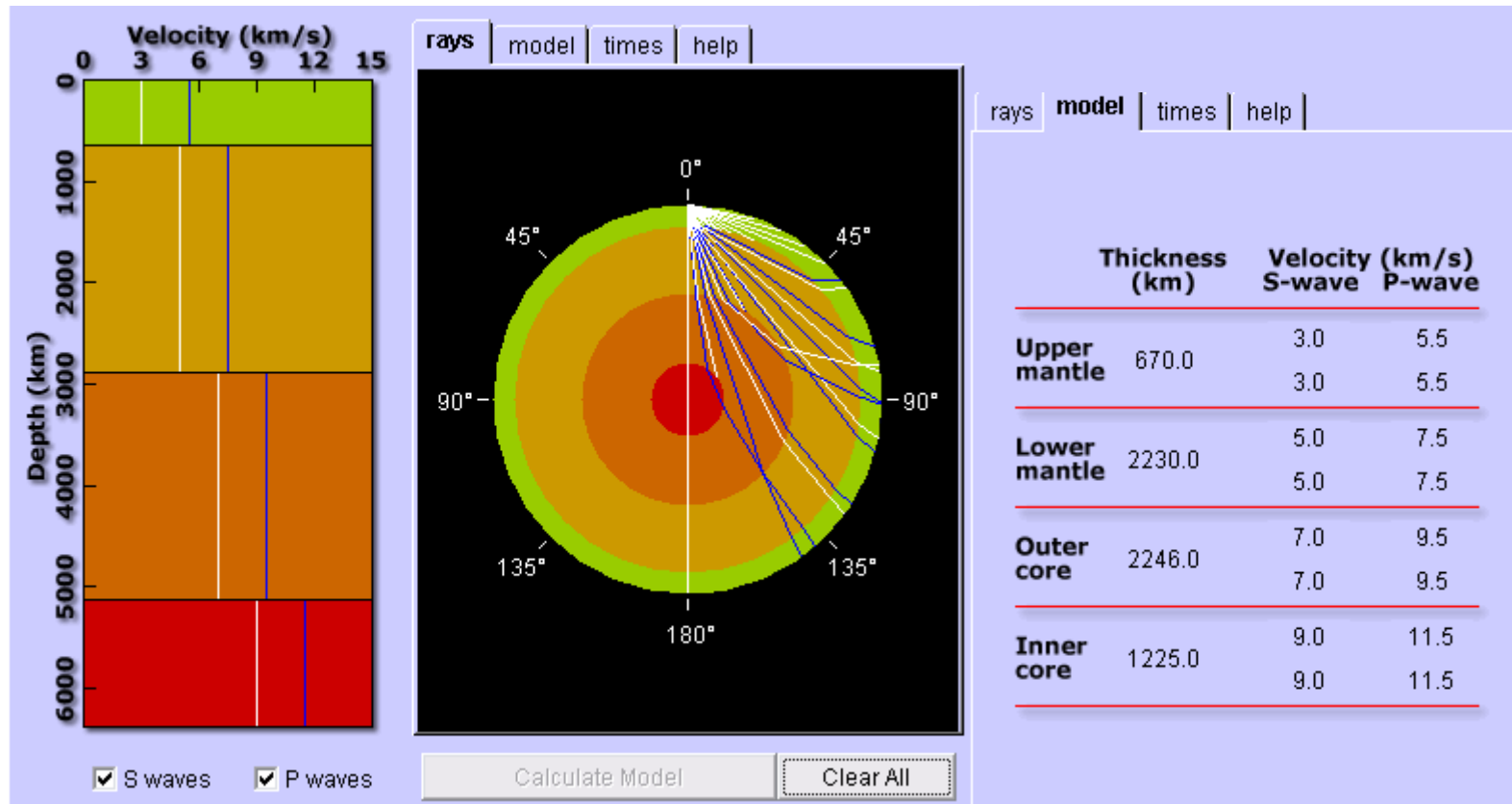
Les inhomogénéités et anisotropies internes induisent des anomalies de vitesse des ondes sismiques, d'où tomographie sismique; ci-contre, les régions colorées en rouge correspondent aux régions anormalement chaudes, la vitesse des ondes est inférieure à la vitesse "normale". Les zones colorées en bleu montrent des régions froides; les ondes s'y propagent rapidement.

www.geos@ipgp.jussieu.fr



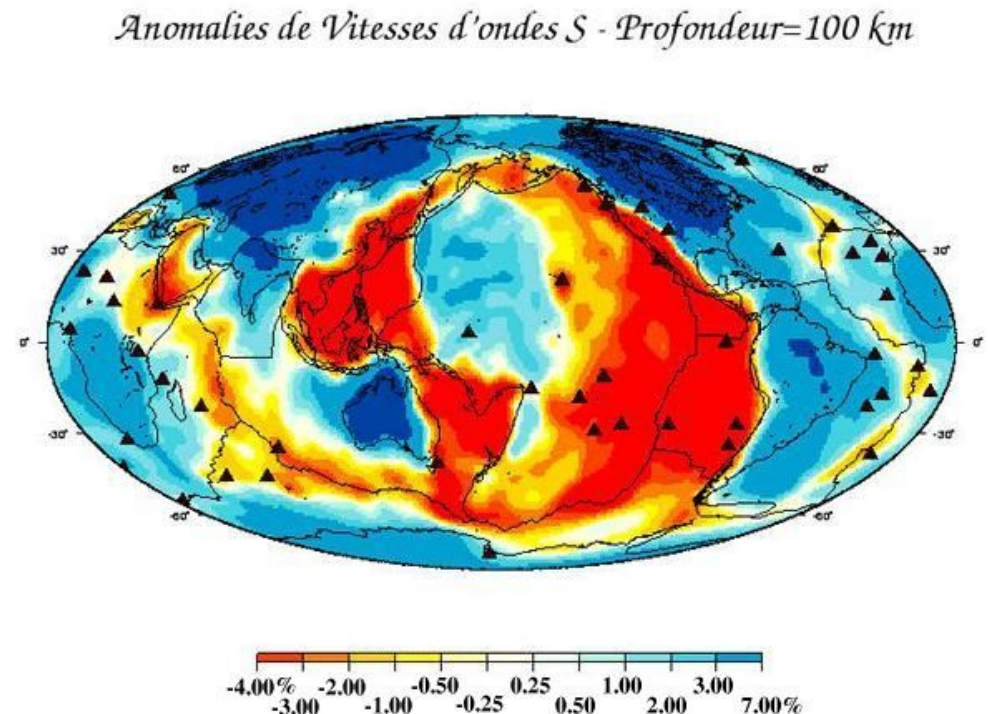
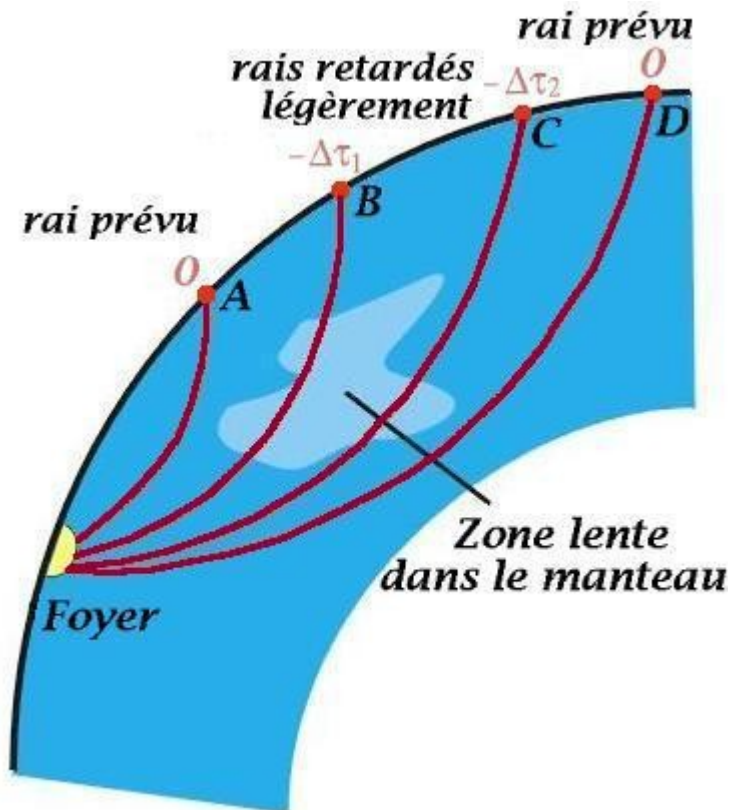
Modèle sismologique unidimensionnel (symétrie sphérique) de la Terre

On peut remonter des hodochrones aux profils de vitesse des ondes P et S en fonction de la profondeur par un problème inverse. Le premier modèle de Terre ainsi obtenu est appelé PREM (Preliminary Reference Earth Model de Dziewonski et Anderson en 1981), mais il en existe d'autres (IASP91 en 1991 et AK135 en 1995 par exemple).



Logiciel Visualentities

Etude des inhomogénéités et anisotropies du globe : La tomographie sismique permet d'établir des "coupes" du globe terrestre grâce à une analyse des vitesses de propagation des ondes sismiques. Les vitesses enregistrées dépendent, notamment, des caractéristiques physiques du milieu traversé (température, pression). Les régions colorées en orange correspondent aux régions anormalement chaudes, la vitesse des ondes est inférieure à la vitesse "normale". Les zones colorées en bleu montrent des régions froides ; les ondes s'y propagent rapidement.



Banque d'images fournies par le réseau GéoScope / Montagner 2000

Addendum – Vibrations dans les solides

Les bandes d'énergie dans les solides peuvent être modélisées par des chaînes d'atomes reliés entre eux par des ressorts; il existe des vibrations transversales et des vibrations longitudinales.

1 – Modèle de chaîne d'atomes

vibrations transversales ou longitudinales

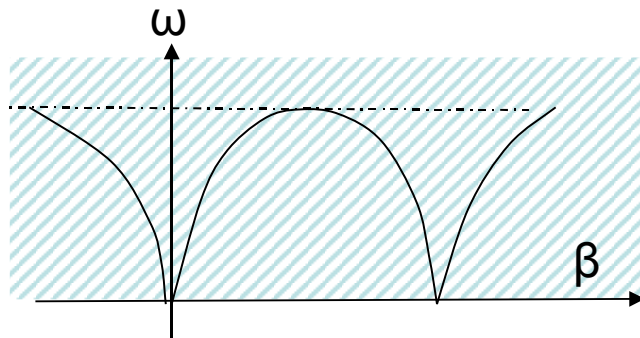
$$m d^2 y_n / dt^2 = K (y_{n+1} + y_{n-1} - 2 y_n) / a$$

2 – Solutions $y_n = A \exp [i(\omega t - \beta n a)] + B \exp [i(\omega t + \beta n a)]$,

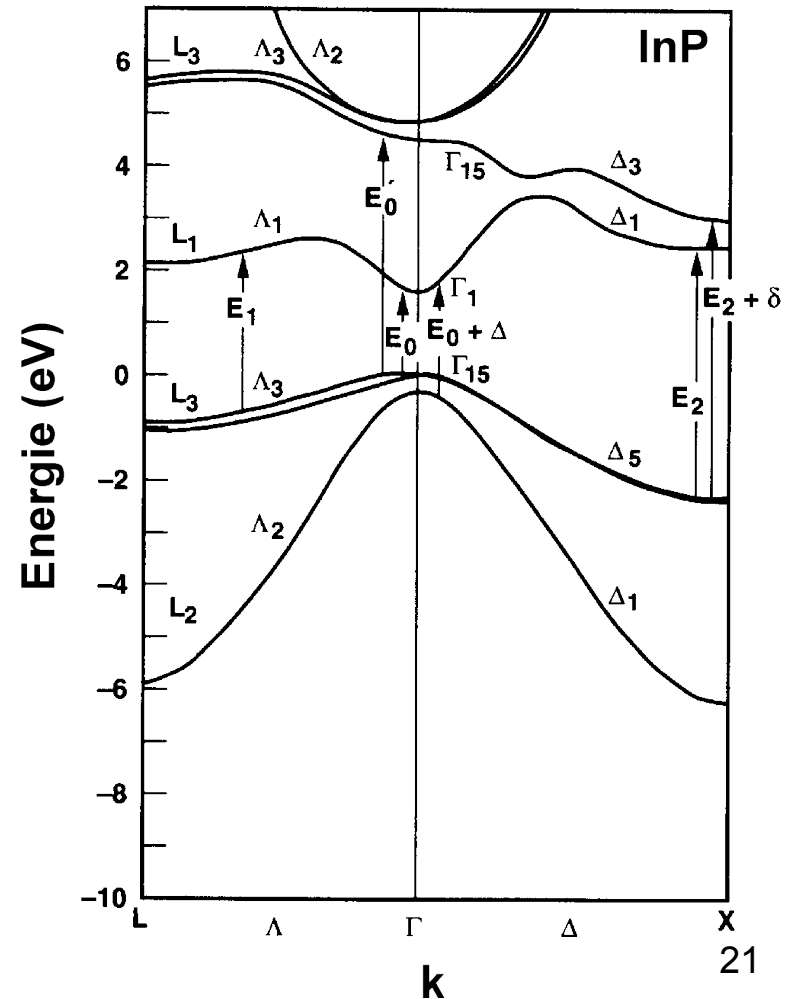
d'où la relation de dispersion : $m \omega^2 = 4 K \sin^2(\beta a / 2)$

ce qui définit une **bande d'énergie**

Voir pulsation de coupure, zone de Brillouin



3 - Conducteurs, semi-conducteurs, isolants, exemple ci-contre et modèles en classe.



CH VIII :Mécanique du point, rappels et compléments

I – Bilans de forces

1 – Frottements fluides, frottements solides

- Mouvement stick-slip; chant des dunes
- Fluide newtonien; écoulement de Poiseuille

2 – Forces d'inertie :

- Météorologie et grands courants marins
- Déviation vers l'Est dans la chute des corps
- Pendule de Foucault (ci-contre au Panthéon)

3 – Forces électromagnétiques

- Mouvements dans les champs $\mathbf{E}$ et $\mathbf{B}$; hélices, cycloïdes
- Forces de Van der Waals en $1/r^7$
- Expérience de Rutherford (Cf II, méthode de l'hodographe)



II – Interactions gravitationnelles

1 – Planètes et satellites

- Lois de Képler
- Méthode de l'hodographe
- Formules de Binet

Satellites géostationnaires et satellites basse altitude

Satellites héliosynchrones (satellite COBE)

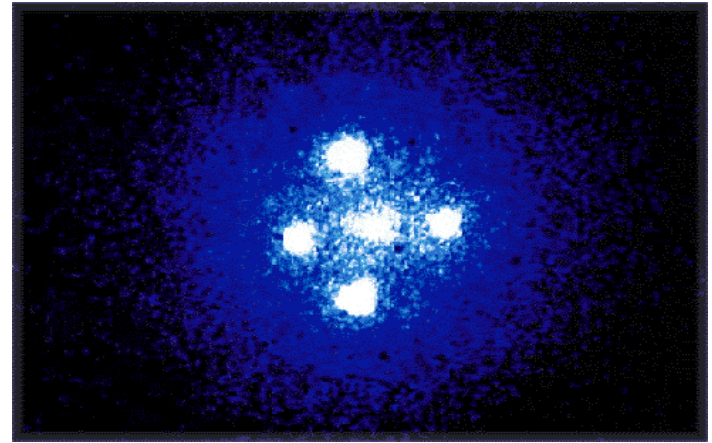
Mirages gravitationnels (Croix d'Einstein)

2 – Système à 2 corps

- Masses réduites
- Système Terre-Lune
- Limite de Roche

3 – Système à 3 corps

- Points de Lagrange
- Cas du satellite SOHO



«Croix» d'Einstein : galaxie centrale elliptique (redshift $Z = 0,0394$) et 4 images, par mirage gravitationnel, d'un objet ($Z=1,695$) situé derrière la galaxie centrale.

Ci-dessous effet de lentilles gravitationnelles dans l'amas de galaxies Abell 2218+120 (ou Abell 2218b). Images en arcs de cercle : la galaxie centrale est presque sphérique.



III – Chocs entre particules

- 1 - Chocs élastiques
- 2 – Sections efficaces
- 3 – Retour sur le chant des dunes

Etude d'un système à 2 corps; rôle du moment cinétique

*ralentissement des rotations
propres de la Terre et de la Lune*

Terre

Rotation propre Ω_1

Lune

Rotation propre Ω_2

ω rotation de la masse
réduite autour du cdm

1 – Loi de Képler appliquée à la masse réduite du système à 2 corps, distants de r : $\mu \omega^2 r = k/r^2$

2 – Moment cinétique total du système: $J_1 \Omega_1 + J_2 \Omega_2 + \mu \omega r^2 = \sigma_0$

3 – Energie totale du système: $J_1 \Omega_1^2 / 2 + J_2 \Omega_2^2 / 2 + \mu \omega^2 r^2 / 2 - k/r = E_0$

Eliminant r , il vient:

$$4 - J_1 \Omega_1 + J_2 \Omega_2 + \mu \omega (k/\mu \omega^2)^{2/3} = \sigma_0 \quad \text{et} \quad 5 - J_1 \Omega_1^2 / 2 + J_2 \Omega_2^2 / 2 - (k/2) (\mu \omega^2 / k)^{1/3} = E_0$$

Ou encore

$$4' - J_1 \Omega_1 + J_2 \Omega_2 + a \omega^{1/3} = \sigma_0 \quad \text{et} \quad 5' - J_1 \Omega_1^2 / 2 + J_2 \Omega_2^2 / 2 - (a/2) \omega^{2/3} = E_0$$

En différentiant, il vient : $J_1 d\Omega_1 + J_2 d\Omega_2 - (a/3) \omega^{-4/3} d\omega = 0$ et $J_1 \Omega_1 d\Omega_1 + J_2 \Omega_2 d\Omega_2 - (a/3) \omega^{-1/3} d\omega = 0$

En éliminant $d\omega$, on obtient : $J_1 (\Omega_1 - \omega) d\Omega_1 + J_2 (\Omega_2 - \omega) d\Omega_2 = 0$

Interprétations:

Si $d\Omega_1$ faible, alors $\Omega_2 \approx \omega$; la Lune présente toujours la même face à la Terre

Ω_1 diminue lentement (21,9h au Dévonien; 22,2h au Carbonifère; mesurées par la croissance annuelle des coraux)

ω diminue, donc r augmente.

Rappel : Aplatissements par contractions gravitationnelles parallèlement à l'axe de rotation, c'est-à-dire à moment cinétique constant: σ ne change pas mais l'énergie diminue par rayonnement.