

Electromagnétisme, champs et propagations

Electromagnétisme

Cours de 1ère année :

Champs statiques
Théorème de Gauss
Théorème d'Ampère
Dipôles électriques et magnétiques
Bilans énergétiques

ARQS et électronique



Cours de 2ème année:

Induction – Propagation

Couplages E,B

Rayonnement dipolaire
Propagation

Induction
Haut-parleur

ADS :

Effet tunnel

Bolomètres

CH I – Equations locales de l'électromagnétisme

I – Les OUTILS de l'électromagnétisme

1 - Bilan(s) électrique(s) :

Equation locale de conservation de la charge :

$$\partial\rho/\partial t + \text{div } \mathbf{j} = 0 \text{ avec } \mathbf{j} = \rho_{\text{mobile}} \mathbf{v} ;$$

Lois phénoménologiques :

$$\mathbf{j}_{\text{conducteur ohmique}} = \sigma (\mathbf{E} + \mathbf{v}_e \wedge \mathbf{B}) = \text{loi d'Ohm généralisée}$$

$$\mathbf{j}_{\text{dipolaire}} = \partial\mathbf{P} / \partial t \text{ Voir chapitres « Rayonnement des antennes »; « Milieux diélectriques »}$$

2 – Equations de Maxwell

$$\text{Flux } \text{div } \mathbf{E} = \rho_{\text{total}} / \epsilon_0 ; \text{div } \mathbf{B} = 0 \text{ et } \text{Circulations } \text{rot } \mathbf{E} = - \partial\mathbf{B} / \partial t ; \text{rot } \mathbf{B} = \mu_0 (\mathbf{j}_{\text{total}} + \epsilon_0 \partial\mathbf{E} / \partial t)$$

3 – Bilan énergétique; équation locale de Poynting

$$\partial [(\epsilon_0 E^2/2) + (B^2/2 \mu_0)] / \partial t + \text{div}(\mathbf{E} \wedge \mathbf{B}) / \mu_0 = - \mathbf{j}_{\text{total}} \cdot \mathbf{E} \text{ (pertes par effet Joule)}$$

4 - Interfaces; modélisations surfaciques

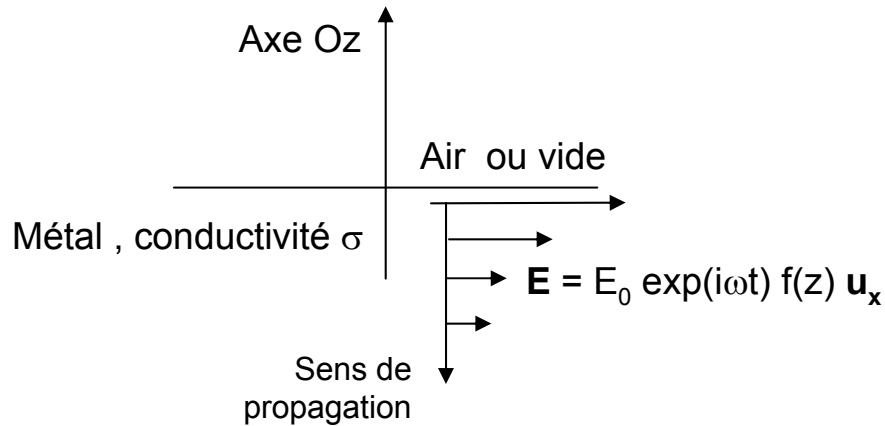
$$\mathbf{E}_2 - \mathbf{E}_1 = (\sigma / \epsilon_0) \mathbf{n}_{1 \rightarrow 2} \quad \text{et} \quad \mathbf{B}_2 - \mathbf{B}_1 = \mu_0 \mathbf{j}_s \wedge \mathbf{n}_{1 \rightarrow 2}$$

5 – Les potentiels \mathbf{A} (vecteur) et V (scalaire)

II – Approximation des Régimes Quasi-Stationnaires(ARQS)

- 1 – **Définition** et conditions de validité: $\varepsilon_0\omega \ll \sigma$
- 2 – **Effet de peau**; cas d'un demi-espace conducteur limité par un plan
- 3 - **Modèle limite du conducteur parfait**; critère de validité de ce modèle mettant en jeu l'effet de peau.

Méthode de calcul:



$$\rho = 0 ; \rho_{\text{mobile}} \neq 0 ; \Delta \mathbf{E} = \mu \sigma \partial \mathbf{E} / \partial t$$

$$\mathbf{E} = E_0 \exp(i\omega t) f(z) \mathbf{u}_x, \text{ puis } f(z)$$

μ : perméabilité magnétique; μ_0 dans le vide

σ : conductivité ; $5.10^7 \text{ (W.m)}^{-1}$ pour le cuivre

Fréquence f (MHz)	Epaisseur de peau e (μm)
200	5
300	4
500	3
1100	2
4000	1
10 000	0.7



Depuis une centaine de kHz à quelques MHz on peut utiliser du *fil divisé*, conducteur constitué de multiples brins (diam. 0,05 mm environ) de cuivre émaillé thermo-soudable tressés ensemble, ce qui augmente la surface de la "peau" par rapport à un conducteur plein de section équivalente.



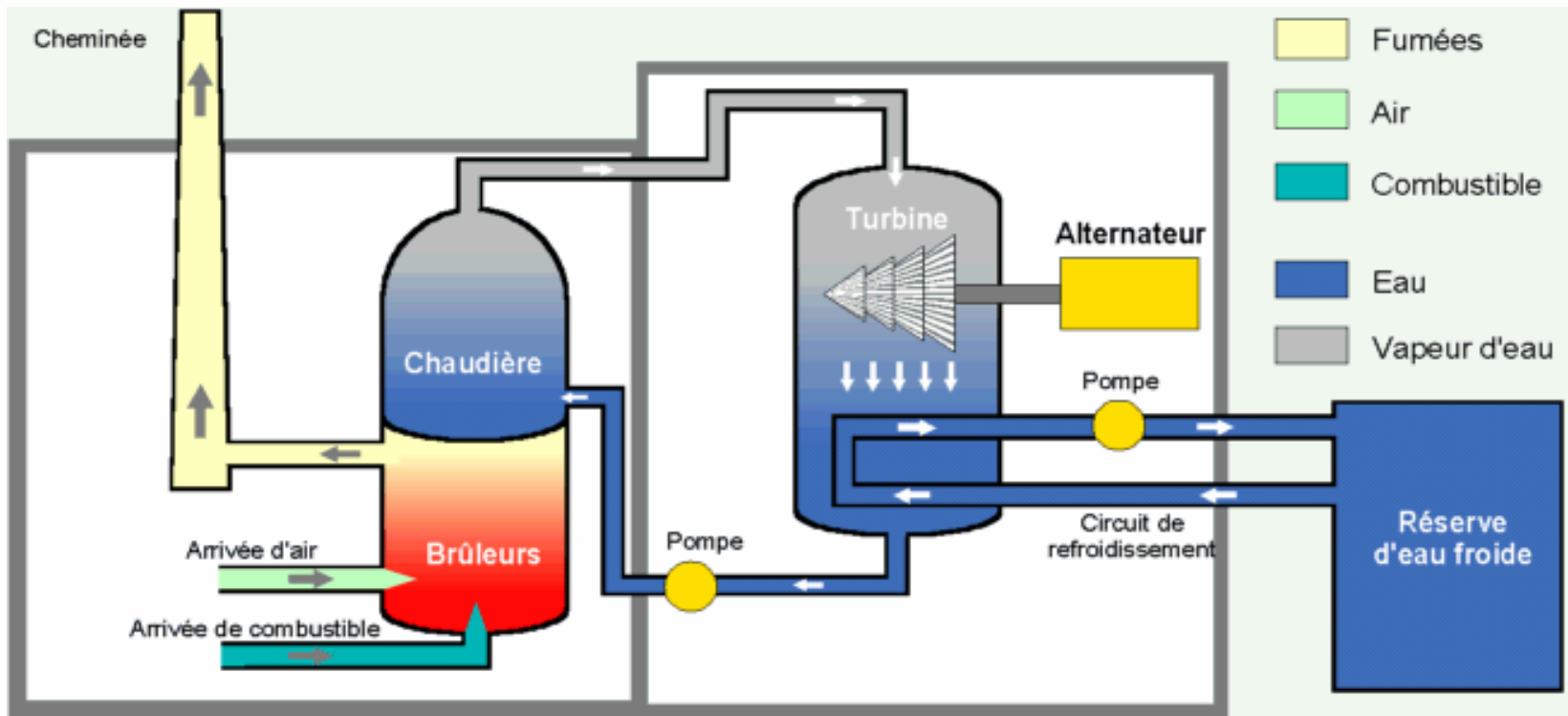
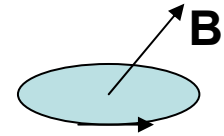
Au dessus de 100 MHz et pour les selfs à spires non jointives, les lignes, les circuits imprimés, les cavités... on recouvre les conducteurs en cuivre d'une fine pellicule d'argent.

CH II – INDUCTION ELECTROMAGNETIQUE

I – HISTORIQUE

1 - Travaux de Faraday (1791-1867) et loi de Lenz : $\mathcal{E}_{\text{cém}} = - d\Phi / dt$

2 – Conversion électromécanique/nombreuses applications



II – Induction, aspect théorique

1 – Equation de Maxwell-Faraday

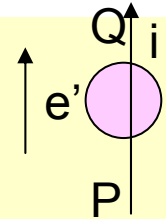
$$\text{rot } \mathbf{E} = - \partial \mathbf{B} / \partial t, \text{ d'où } \mathbf{E} = -\text{grad } V - \partial \mathbf{A} / \partial t$$

2 – Loi d'Ohm généralisée

$$\mathbf{j} = \sigma (\mathbf{E} + \mathbf{v}_e \wedge \mathbf{B})$$

3 – On étudie la circulation de \mathbf{j} / σ du point P au point Q, le long d'un circuit filiforme, ce qui donne

$$R_{PQ} i = V_P - V_Q + \int_P^Q (- \partial \mathbf{A} / \partial t + \mathbf{v}_e \wedge \mathbf{B}) \cdot d\mathbf{l}$$



fcém $e' = V_Q - V_P$
en circuit ouvert

On retrouve la loi des mailles et la loi de Lenz.

Cas de Lorentz : $\mathbf{v}_e \wedge \mathbf{B}$ - circuit mobile dans un champ \mathbf{B} stationnaire

Cas de Neumann : $-\partial \mathbf{A} / \partial t$ - circuit immobile dans un champ \mathbf{B} variable au cours du temps

Applications :

Haut-parleur

Sismomètre

Moteurs à induction et générateurs électromécaniques

Modèle dynamo du champ magnétique terrestre

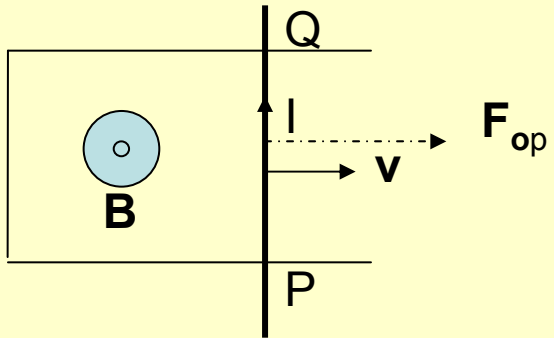
Freinage par induction; courants de Foucault

Toutes ces applications supposent d'écrire les deux équations couplées suivantes:

Bilan électrique, conformément au § 3 ci-dessus

Bilan mécanique, PFD.

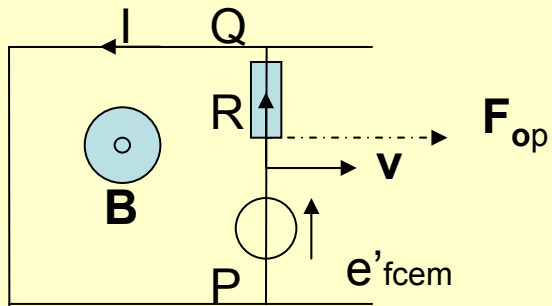
Exemple avec variantes: le rail de Laplace



F_{op} = Force exercée par un opérateur

On peut ajouter un générateur de tension e ; ou un générateur de courant i_0 .

Schéma équivalent



Contrôle des signes

- **Fém induite** $= \int_P^Q (\mathbf{v}_e \wedge \mathbf{B}) \cdot d\mathbf{l}$
est algébrique; choisir une base de projection et la respecter. Intégrer de P à Q, $d\mathbf{l}$ pouvant être positif ou négatif.
- **Loi de Lenz: l'induction produit des effets qui s'opposent à leur cause**
- Par contre, les volumes, les masses, les moments d'inertie sont des grandeurs arithmétiques :
Intégrer les dr dans le sens positif; par exemple, pour un cylindre d'axe Δ :
Volume $= \int_0^R 2 \pi r h dr$;
Masse $= \int_0^R 2 \pi \rho r h dr$;
Moment d'inertie $J_\Delta = \int_0^R 2 \pi \rho r^3 h dr$

III – Flux et relations de proportionnalité; lévitation magnétique

$$R_{PQ} I = V_P - V_Q - \int_P^Q (\partial \mathbf{A} / \partial t) \cdot d\mathbf{l} \quad \text{et} \quad r_{\text{ext}} I = V_Q - V_P - \int_{\text{ext}} (\partial \mathbf{A} / \partial t) \cdot d\mathbf{l} \quad , \quad \text{d'où} \quad R_{\text{total}} I = \oint (- \partial \mathbf{A} / \partial t) \cdot d\mathbf{l} = - d\Phi / dt$$

1 – Coefficients d'auto-induction et d'induction mutuelle

$$\oint (- \partial \mathbf{A} / \partial t) \cdot d\mathbf{l} = - \iint \text{rot}(\mathbf{A}) \cdot d\mathbf{S} = - d\Phi / dt$$

Auto-induction; cas du solénoïde.

$$\text{Coefficients } L \text{ et } M : \Phi_1 = L_1 i_1 + M i_2$$

Quelques exemples de coefficients

2 – Energie électromagnétique

$$\text{Puissance e } i = - i \quad d\Phi / dt$$

Circuits filiformes, énergie magnétique :

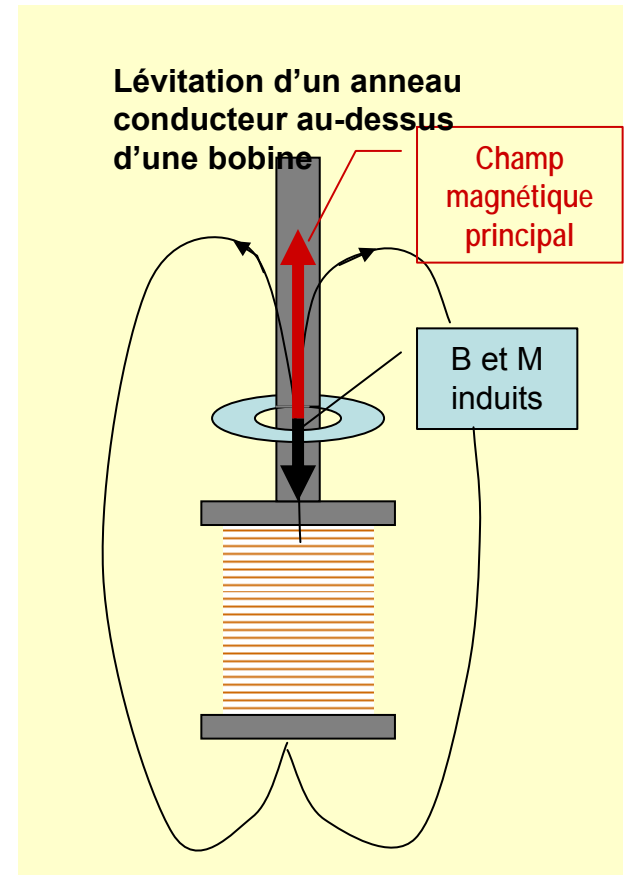
$$U = \sum_k i_k \Phi_k / 2 ;$$

Cas d'un solénoïde; de 2 solénoïdes en interaction

$$\text{Equivalence avec } U = \iiint (B^2 / 2\mu_0) \quad d\tau$$

3 – Lévitation électromagnétique

- Sources : aimants permanents, électroaimants, aimants supraconducteurs
- $\mathbf{F} = - \text{grad} (B^2 / 2\mu_0)$ Figure ci-contre



Ne confondez pas

Programme de première année

Energie potentielle d'un dipôle dans un champ extérieur:

$$e_p = - \mathbf{M} \cdot \mathbf{B}_{\text{appliqué}}$$

Analyse qualitative des effets d'un champ non uniforme sur un dipôle:

e_p minimale,

d'où

alignement de \mathbf{M} parallèlement à $\mathbf{B}_{\text{appliqué}}$ et déplacement vers les minima d'énergie e_p , c'est-à-dire vers zones de champ fort, zones $\mathbf{B}_{\text{appliqué}}$ maximum .

Programme de deuxième année

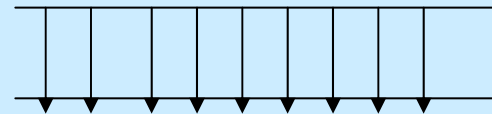
Energie magnétique:

$$U = \sum_k i_k \Phi_k / 2 = \iiint B^2 / (2 \mu_0) d\tau$$

Donc pour un conducteur unique :

$$U = L i^2 / 2 = \iiint B^2 / (2 \mu_0) d\tau$$

On vérifie sur l'exemple du solénoïde long (section s , longueur \mathcal{L} , N spires), la cohérence de ces deux expressions de l'énergie magnétique :



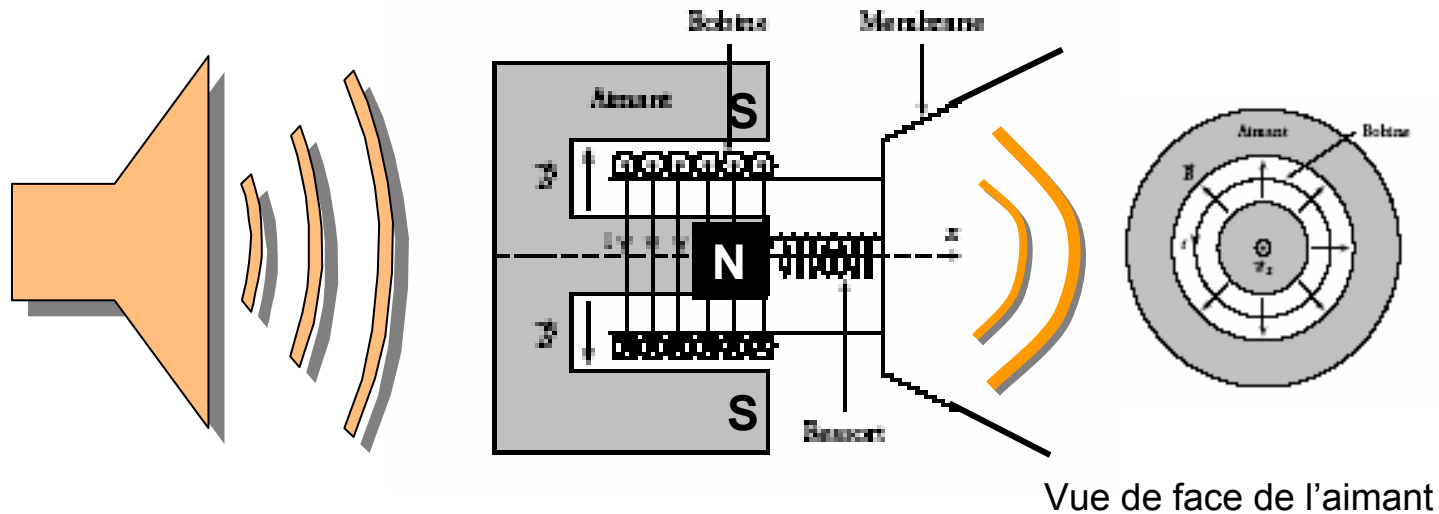
$B_{\text{propre}} = \mu_0 Ni / \mathcal{L}$: champ intérieur uniforme; $B_{\text{extérieur}} = 0$

$\Phi = (\mu_0 Ni / \mathcal{L}) * N s$; $L = \mu_0 N^2 s / \mathcal{L}$; $\tau = s \mathcal{L}$

$U = \mu_0 N^2 s i^2 / 2 \mathcal{L}$ par les 2 calculs

CH III – Couplages électro-mécaniques

I – Le haut-parleur électrodynamique



Equations de couplage (attention aux signes)

$$\text{Bilan mécanique : } m \frac{d^2x}{dt^2} + f \frac{dx}{dt} + kx = - i B N \ell$$

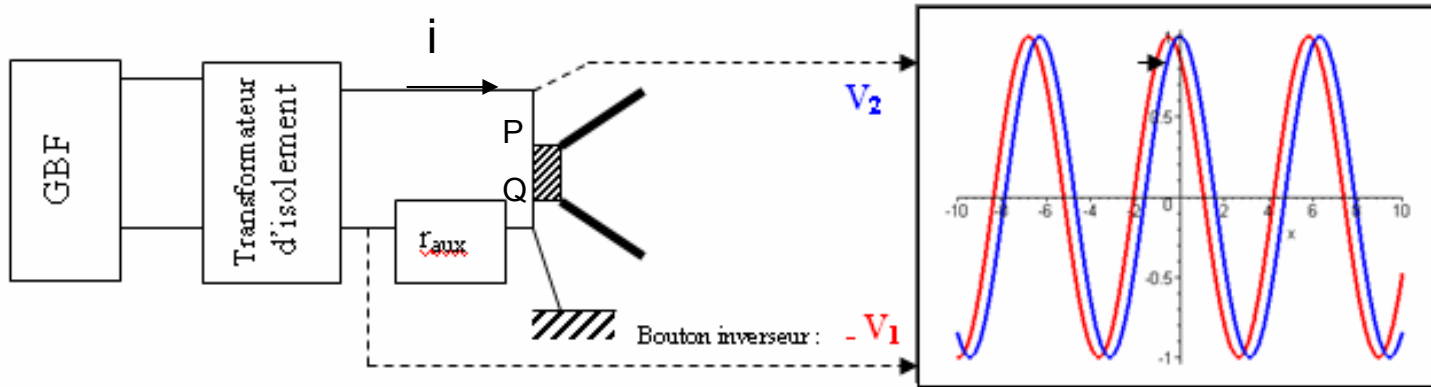
$$\text{Bilan électrique : } L \frac{di}{dt} + R i = E + v B N \ell \quad (\ell = \text{longueur d'une spire})$$

À savoir commenter et exploiter 3

I – suite

Impédance du haut-parleur

$$E = V_P - V_Q = V_2 = Z i \text{ et } i = -V_1 / r_{\text{auxiliaire}}$$

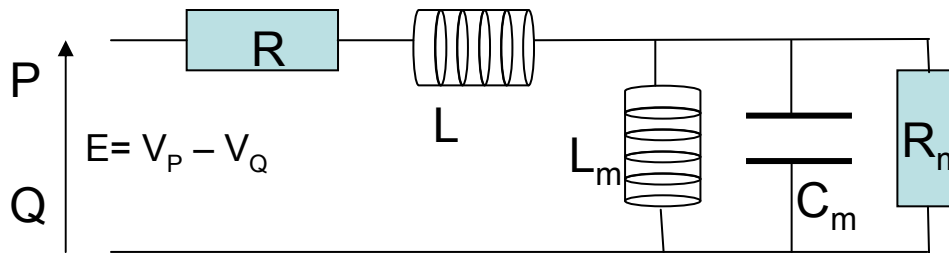


Equations de couplage (rappel)

Bilan mécanique : $m \frac{d^2x}{dt^2} + f \frac{dx}{dt} + kx = -i B N l$

Bilan électrique : $L \frac{di}{dt} + R i = E + v B N l$ (l = longueur d'une spire)

d'où $Z = R + jL\omega + (B N l)^2 / [f + j (m\omega - k/\omega)]$ équivaut à $[R, L] + [R_m // L_m // C_m]$

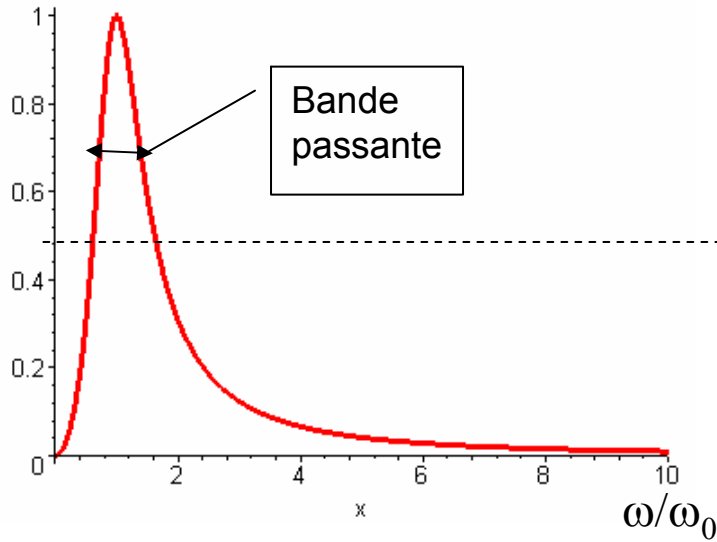


$$R_m = (B N l)^2 / f$$

$$L_m = (B N l)^2 / k$$

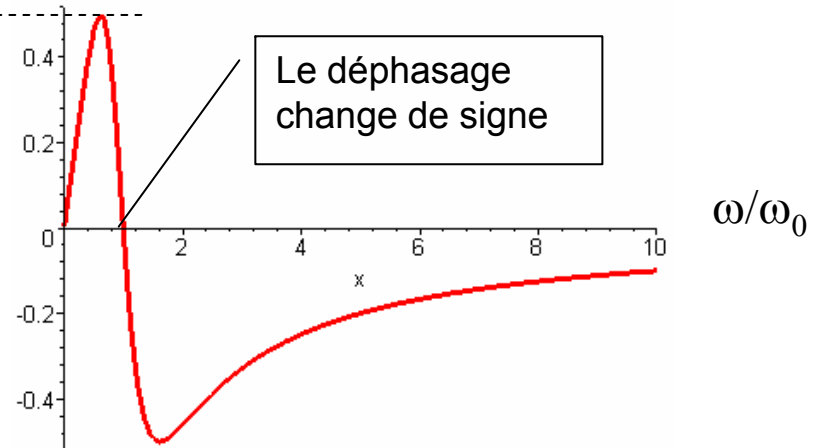
$$C_m = m / (B N l)^2$$

Courbes Maple pour l'étude de l'impédance d'un haut-parleur

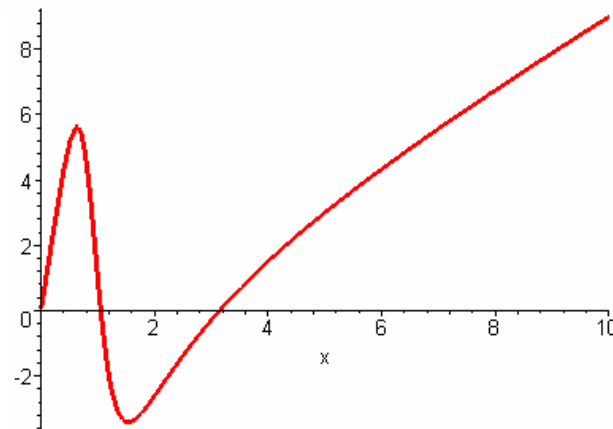


Partie réelle motionnelle

Partie imaginaire motionnelle



Partie imaginaire totale si grande auto-induction



II – PAVILLON; adaptation d'impédance mécanique

1 – Bilan mécanique

Equation d'Euler projetée sur l'axe des x

$$\rho \partial v / \partial t + \rho v^2 = - \partial P / \partial x$$

2 – Bilan en masse

Equation de continuité pour ρS

$$\partial (\rho S) / \partial t + \partial (\rho S v) / \partial x = 0$$

3 – Equation d'état

Coefficient de compressibilité isentropique

$$\chi_S = [1 / \rho] \partial \rho / \partial P$$

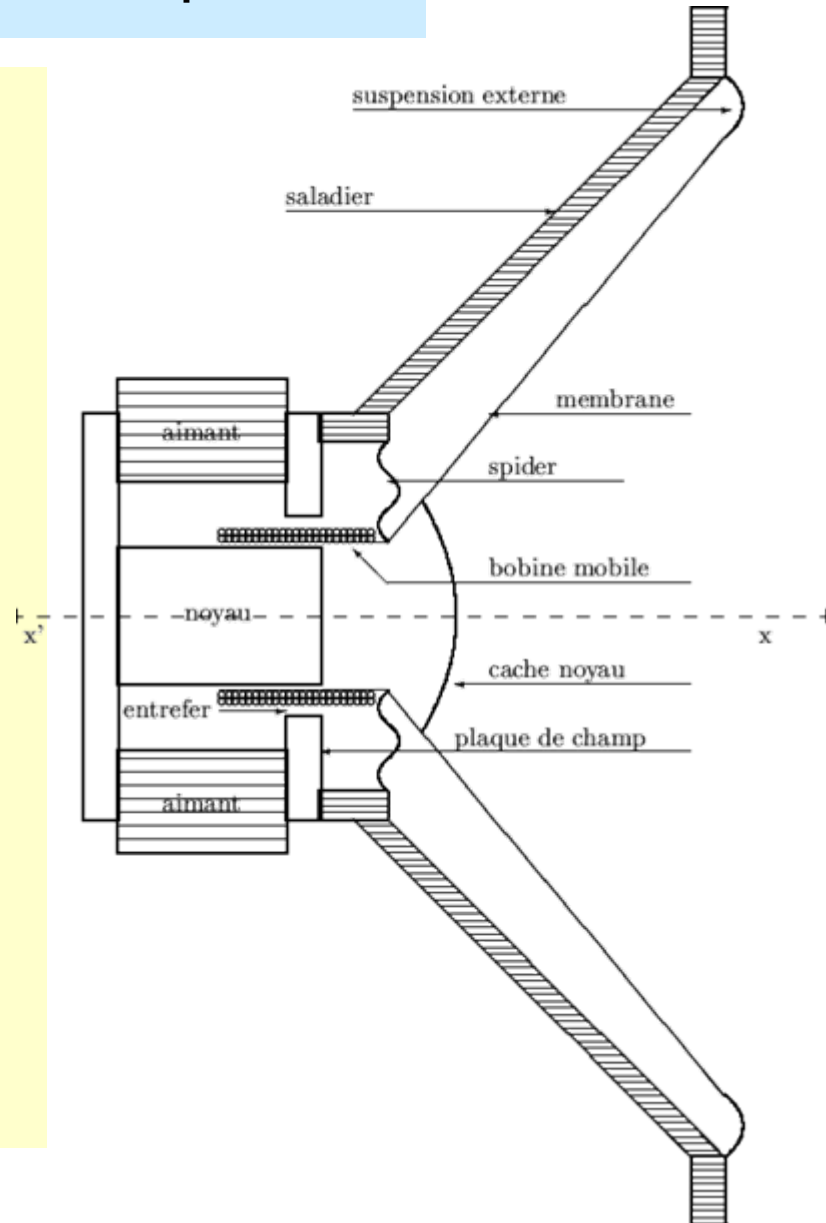
Approximation acoustique, d'où :

$$\rho_0 \chi_S \partial^2 v / \partial t^2 = \partial [(1/S) (\partial(Sv) / \partial x)] / \partial x$$

Exemple : pavillon exponentiel

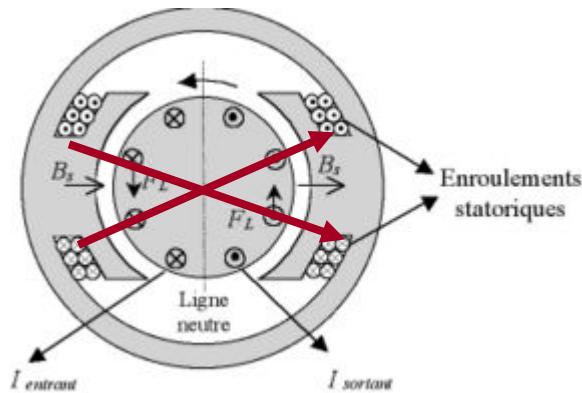
$S = S_0 \exp(mx)$ et $v = Y(x) \exp(j\omega t)$,

d'où $\omega_{\text{coupure}} = m / 2 (\rho_0 \chi_S)^{1/2}$

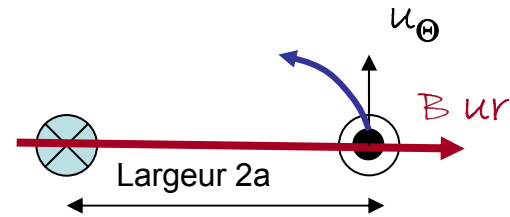


III – Machines tournantes ; moteurs électriques industriels

Principe: 1 rotor / 1 stator



Modélisation : N cadres portés par (\mathbf{u}_r , \mathbf{u}_z) dans $\mathbf{B} \mathbf{u}_r$



Rotation du cadre autour de Oz

Caractérisation des phénomènes d'induction:

Fém induite : $e = - \text{flux coupé} = -N \int_{\text{cadre}} (\mathbf{v} \wedge \mathbf{B}) \cdot d\mathbf{l} = -N \int_{\text{cadre}} (\omega r \mathbf{u}_\theta \wedge B \mathbf{u}_r) \cdot dz \mathbf{u}_z = \omega N S B = N \Phi_0 \omega$

Couple de forces exercé sur le cadre de largeur $2R$ selon \mathbf{u}_r ; de hauteur h selon z :

$$\Gamma = \mathbf{M} \wedge \mathbf{B} = N i \Phi_0 \mathbf{u}_z \quad \text{ou} \quad \Gamma = N \int_{\text{cadre}} a \mathbf{u}_r \wedge (i d\mathbf{l} \wedge B \mathbf{u}_r) = -2 i N B a h \mathbf{u}_z = -N i \Phi_0 \mathbf{u}_z$$

Présentation du système d'équations couplées pour une spire de caractéristique (J , L , R):

Bilan électrique au rotor : $L di / dt + Ri + d\Phi / dt = L di / dt + Ri - \Phi_0 \omega = 0$; voir $\Phi_0 = B S = K I$

Bilan mécanique au rotor:

$$J d\omega / dt = \Gamma_{\text{magnétique}} + \Gamma_{\text{autres}} = -i \Phi_0 - \Gamma_{\text{frottementst}} \quad \text{par exemple} = -i \Phi_0 - f \omega \quad \text{par exemple}$$

Bilan de puissance : utiliser $\Gamma \cdot \omega$, Ri^2 , $L di^2 / dt \dots$

Remarquer, dans tous les cas: Puissance de la fém induite opposée à la puissance des forces de Laplace

CH IV – ONDES ELECTROMAGNETIQUES dans le vide

I – Equation de d'Alembert en électromagnétisme

1 – Ondes progressives $s = f(x-vt) + g(x+vt)$

2 – Ondes stationnaires $s = F(t)G(x)$

3 – Rayonnement des antennes

$$\mathbf{B}(M, t) = \frac{\mu_0 \sin \theta}{4\pi} \left[\frac{\ddot{\mathbf{p}}(t-r/c)}{rc} + \frac{\dot{\mathbf{p}}(t-r/c)}{r^2} \right] \mathbf{u}_\varphi$$

puis approximation de l'onde quasi-plane (voir III).

II – Cas particulier des OPPM ;

1 – Structure des ondes planes progressives harmoniques; opérations « $\mathbf{i} \mathbf{k}$ »

2 – Etats de polarisation

Cf optique ondulatoire. Interférences, diffraction, polarisations.

TP en lumière polarisée:

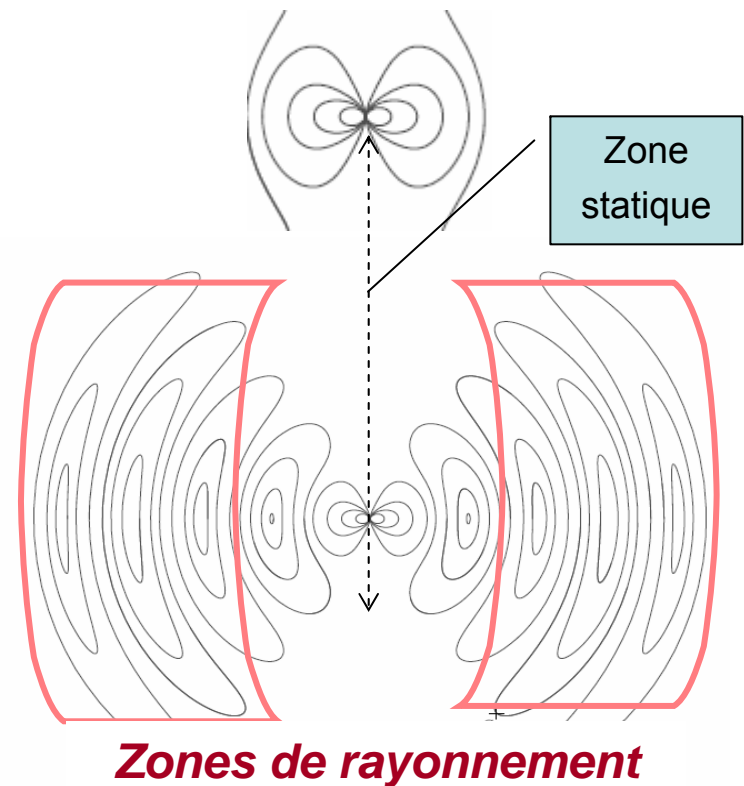
polarisation par réflexion : incidence de Brewster

polarisation dichroïque, milieux anisotropes; lames quart d'onde et lames demi-onde

polarisation par diffusion ; antennes, bleu du ciel.

3 - Jauge de Lorentz $\text{div } \mathbf{A} + (1/c^2) \partial V / \partial t = 0$

Lignes de champ E pour antenne Centrale 2006



III – Rayonnement d'un dipôle oscillant

1 – Présentation du dipôle $\mathbf{p}(t,0)$; les 3 échelles : $a \ll \lambda \ll r$

2 – On donne \mathbf{E} , d'où \mathbf{B}

$$\mathbf{E} = \left[\frac{\mu_0 \sin\theta}{4\pi r} \frac{\partial^2 p(t-r/c)}{\partial t^2} \right] \mathbf{u}_\theta$$

$$\text{L'onde quasi-plane vérifie: } \mathbf{B} = \left[\frac{E}{c} \right] \mathbf{u}_\phi$$

PROPRIETES :

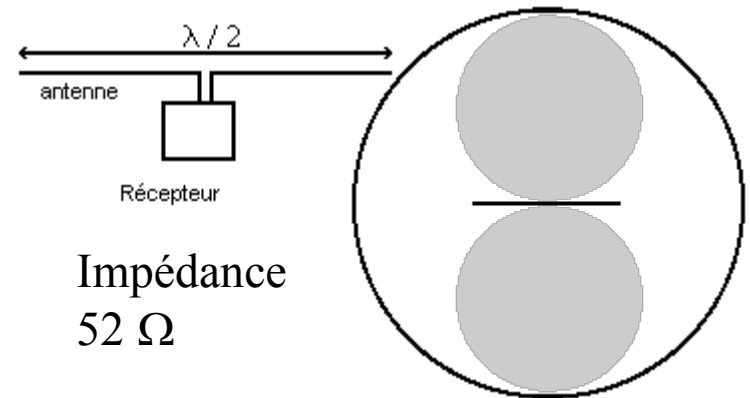
a - Anisotropie, par $\sin \theta$

b - Accélération des charges, par $\partial^2 p(t-r/c) / \partial t^2$

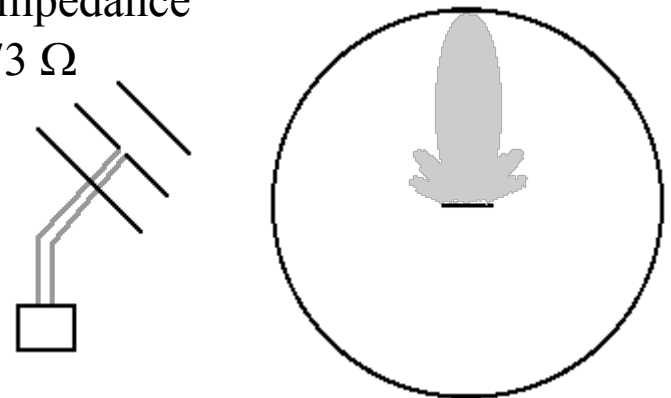
c - Retard $t-r/c$

d - Champs en $1/r$, donc vecteur de Poynting Π en $1/r^2$; très différent du comportement des dipôles statiques.

e - Structure locale d'onde plane : \mathbf{E} orthoradial; \mathbf{B} sur \mathbf{u}_ϕ , d'où propagation selon $\Pi = \mathbf{E} \wedge \mathbf{B} / \mu_0$, vecteur radial porté par \mathbf{u}_r



Impédance
73 Ω



3- Puissance rayonnée

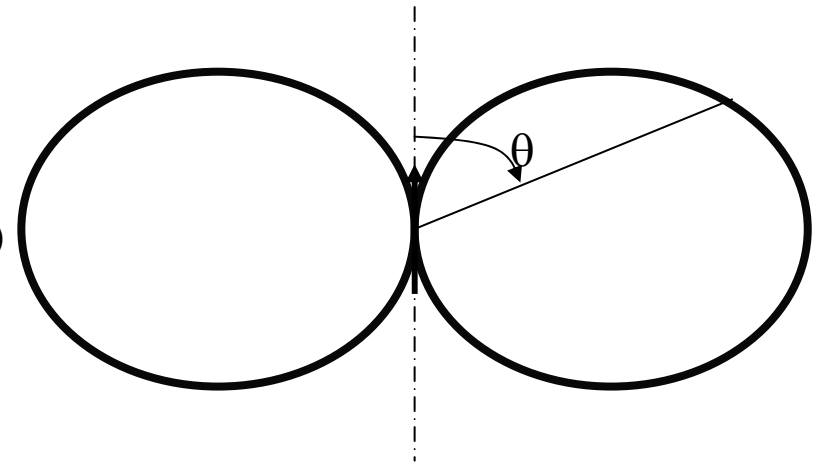
Puissance rayonnée par unité de surface

$$d\mathcal{P}/dS = \Pi \cdot \mathbf{u}_r = [\mu_0 \sin^2\theta (\partial^2 p(t-r/c) / \partial t^2)^2] (16 \pi^2 r^2 c)$$

Moyenne temporelle par unité de surface

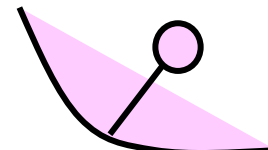
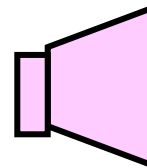
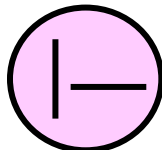
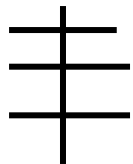
$$\langle d\mathcal{P}/dS \rangle = \mu_0 \sin^2\theta \omega^4 p_0^2 / 32 \pi^2 r^2 c$$

Puissance moyenne totale rayonnée à travers une sphère de rayon r : $\mathcal{P} = \mu_0 \omega^4 p_0^2 / 12 \pi c$
(CQFV : flux conservatif)



*Puissance rayonnée en $\sin^2 \theta$ et en $1/\lambda^4$
voir aussi diffusion Rayleigh; bleu du ciel*

Divers modèles d'antennes; trafic spatial : 21 et 28 MHz; satellites météo : 137 MHz ou plus

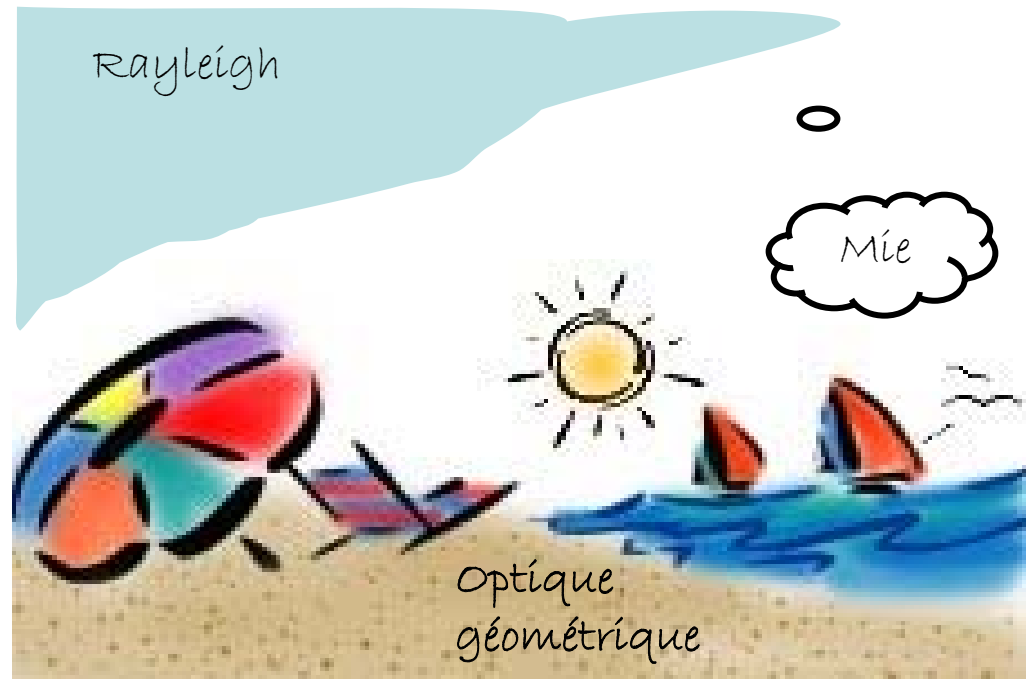


Antenne YAGI - antenne à polarisation -dipôle magnétique - cornet - réflecteur parabolique

Diffusion de Rayleigh	Diffusion de Mie, diffraction	Optique géométrique
Cibles $\ll \lambda$	Cibles = λ (facteur $2 \pi r / \lambda$)	Cibles $\gg \lambda$
Ciel bleu	Nuages blancs + diffusion non sélective	Plage de sable Surface de mer lisse

Diffusion de Rayleigh en $1/\lambda^4$

Diffusion de Mie dépend peu de λ



Téledétection dans le visible : journée ensoleillée, sans nuage, sans pollution, et près de l'heure de midi. Ceci minimise les effets de diffusion.

Diffusions à prendre en compte en télémétrie radar et en imagerie médicale; mêmes raisonnements, λ différents.

CH V – ONDES ELECTROMAGNETIQUES dans la MATIERE

I – Modèle de la charge élastiquement liée

$$m \, d\mathbf{v} / dt = -k \, \mathbf{r} - f \, \mathbf{v} + q (\mathbf{E} + \mathbf{v} \wedge \mathbf{B})$$

Magnéto-
hydrodynamique

**Prépondérant
dans les
plasmas:**

$$m_{\text{électron}} \ll M_{\text{ion}}$$

D'où

$$m_e \, d\mathbf{v}_e / dt = -e \, \mathbf{E}$$

$$\text{puis } \mathbf{j} = ne^2 \, \mathbf{E} / i \, \omega m_e$$

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 \exp[i(\omega t - kz)]$$

$$k^2 = \epsilon_0 \mu_0 \omega^2 - \mu_0 ne^2 / m_e$$

Voir fréquence de
coupure; ionosphère

Isolants :

Charges liées par
forces de rappel,
d'où polarisation

$$\mathbf{P} = \epsilon_0 \chi \mathbf{E} \text{ et } \mathbf{j} = \partial \mathbf{P} / \partial t$$

**Milieux diélectriques
linéaires: $\epsilon_r = 1 + \chi$**

$$\text{rot } \mathbf{B} = \mu_0 \epsilon_0 \epsilon_r \partial \mathbf{E} / \partial t$$

$\chi(\omega)$; dispersion, absorption

Conducteur métallique

$$\epsilon_0 \partial \mathbf{E} / \partial t \ll \mu_0 \mathbf{j}$$

$$\text{et } f \, \mathbf{v} \approx q \, \mathbf{E}$$

**Loi d'Ohm
effet Joule**

Effet de peau

II – Phénomènes linéaires de propagation unidimensionnels dispersifs

1 – Propagation dans un plasma – Pulsation de coupure

a- Plasma et PFD:

On suppose le plasma formé d'électrons et de protons ; on néglige les interactions entre charges et électrons; d'où:

$$m \, dv / dt = q \, E$$

b – Propagation et courant d'électrons:

$$\Delta E = \mu_0 \, \partial J / \partial t + \epsilon_0 \mu_0 \, \partial^2 E / \partial t^2 ; \text{OPPM : } E = E_0 \exp(i(\omega t - kx))$$

$$\text{Courant de particules : } i\omega V_0 = q \, E_0, \text{ d'où } J = \rho_{\text{mobile}} V_0 = nq^2 E / i\omega$$

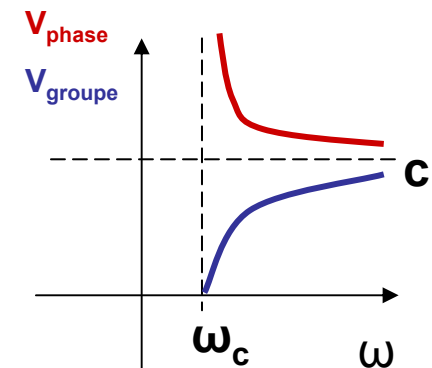
D'où la relation de dispersion: $k^2 = \epsilon_0 \mu_0 \omega^2 - \mu_0 nq^2 / m$

Vitesse de phase : $v_{\text{phase}} = \omega / k$

et

Vitesse de groupe: $v_{\text{groupe}} = d\omega / dk$

$$v_{\text{phase}} \neq v_{\text{groupe}}$$



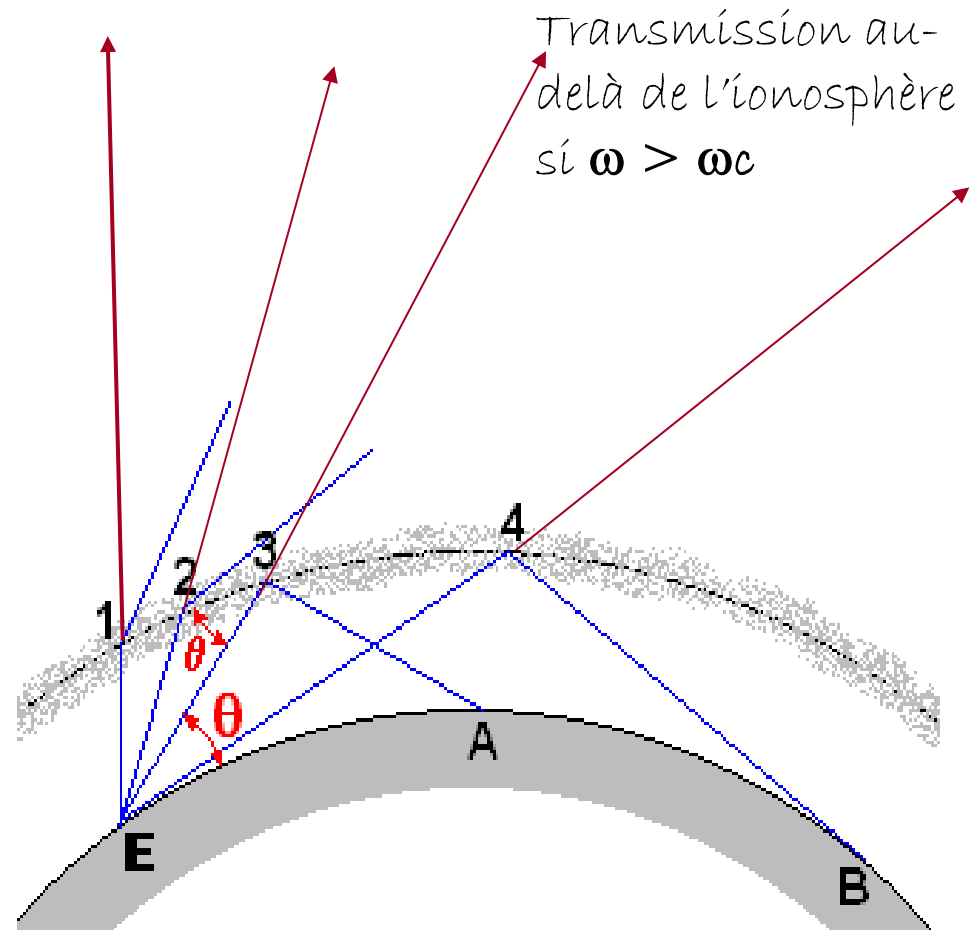
2 – Propagation dans l'ionosphère; du radioamateur à la télécommunication par satellite

Couches ionosphériques

Alternances jour-nuit

Phénomènes météorologiques

Réflexion simple d'une onde
sur l'ionosphère
si $\omega < \omega_c$



CH VI – Ondes électromagnétiques dans un milieu diélectrique

I – Réponse d'un milieu diélectrique linéaire et isotrope à un champ électrique sinusoïdal

1 – Polarisation dans un milieu linéaire homogène isotrope

COURANT de POLARISATION : $\mathbf{J}_{\text{pol}} = \partial \mathbf{P} / \partial t$ et $\mathbf{P}_{\text{volumique}} = \epsilon_0 \chi(\omega) \mathbf{E}$

χ = susceptibilité diélectrique

2 – Densité volumique de charges associée:

$$\partial \rho / \partial t + \text{div } \mathbf{J} = 0 \Rightarrow \rho = -\text{div } \mathbf{P}, \text{ d'où } \text{div}(\epsilon_0 \epsilon_r \mathbf{E}) = \rho_{\text{libre}} \text{ et } \text{rot}(\mathbf{B}) = \mu_0(\mathbf{J}_{\text{libre}} + \epsilon_0 \epsilon_r \partial \mathbf{E} / \partial t)$$

3 – Cas d'un milieu peu dense dans le modèle de l'électron « élastiquement lié »

$$m \, d\mathbf{v} / dt = -k \mathbf{r} - f \mathbf{v} + q \mathbf{E}$$

Régime permanent sinusoïdal : $\mathbf{v} = i \omega \mathbf{r}$; $d\mathbf{v} / dt = -\omega^2 \mathbf{r}$

$$\mathbf{P} = nq\mathbf{r} = nq^2 \mathbf{E} / (k - m\omega^2 + if\omega), \text{ d'où susceptibilité complexe } \chi(\omega) = nq^2 / [(k - m\omega^2 + if\omega) \epsilon_0]$$

II – Onde transversale dans un diélectrique linéaire homogène isotrope non magnétique

1 - D'Alembertien « généralisé » :

$$\Delta \mathbf{E} = \mu_0 \partial \mathbf{J} / \partial t + \varepsilon_0 \mu_0 \partial^2 \mathbf{E} / \partial t^2 \quad \text{OPPM}$$

$$\text{d'où} \quad k^2 = \varepsilon_0 \mu_0 [1 + \chi(\omega)] \omega^2$$

$$\varepsilon(\omega) = \varepsilon_0 [1 + \chi(\omega)] = \varepsilon_0 \varepsilon_r \quad \text{et} \quad \varepsilon_r = n^2$$

2 – Dispersion par un prisme - Modèle de l'électron élastiquement lié

a – Dispersion sans absorption, formule de Cauchy

$(k - m\omega^2) \mathbf{r} = q\mathbf{E}$, d'où $\mathbf{P} = [c q^2 / (k - m\omega^2)] \mathbf{E}$, d'où $\varepsilon(\omega)$, puis indice $\mathbf{n} = \mathbf{a} + \mathbf{b} / \lambda^2$

Pour les électrons, $\omega_{\text{résonance}} \approx 10^{16} \text{ Hz} \gg \omega_{\text{visible}}$

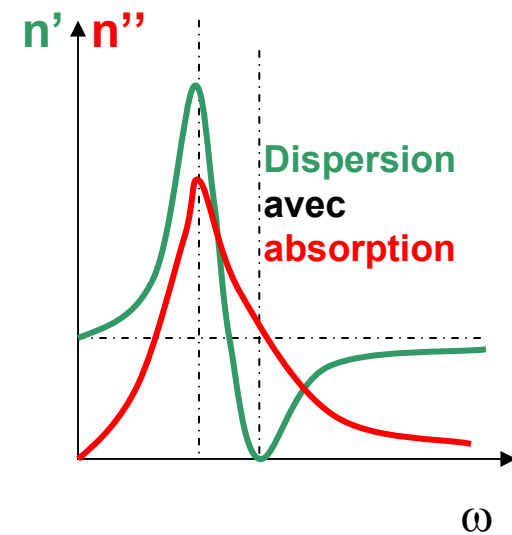
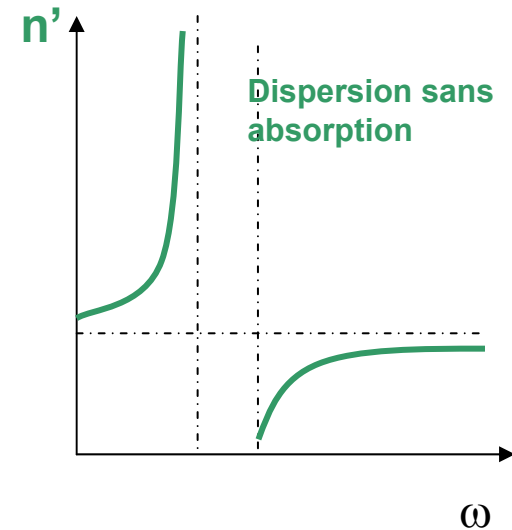
Pour les ions, $\omega_{\text{résonance}} \approx 10^{12} \text{ Hz} \ll \omega_{\text{visible}}$

b – Dispersion avec absorption, indice complexe

$$\mathbf{n}(\omega) = \mathbf{n}'(\omega) + i \mathbf{n}''(\omega)$$

Ci-contre, graphes de la partie réelle et de la partie imaginaire de l'indice

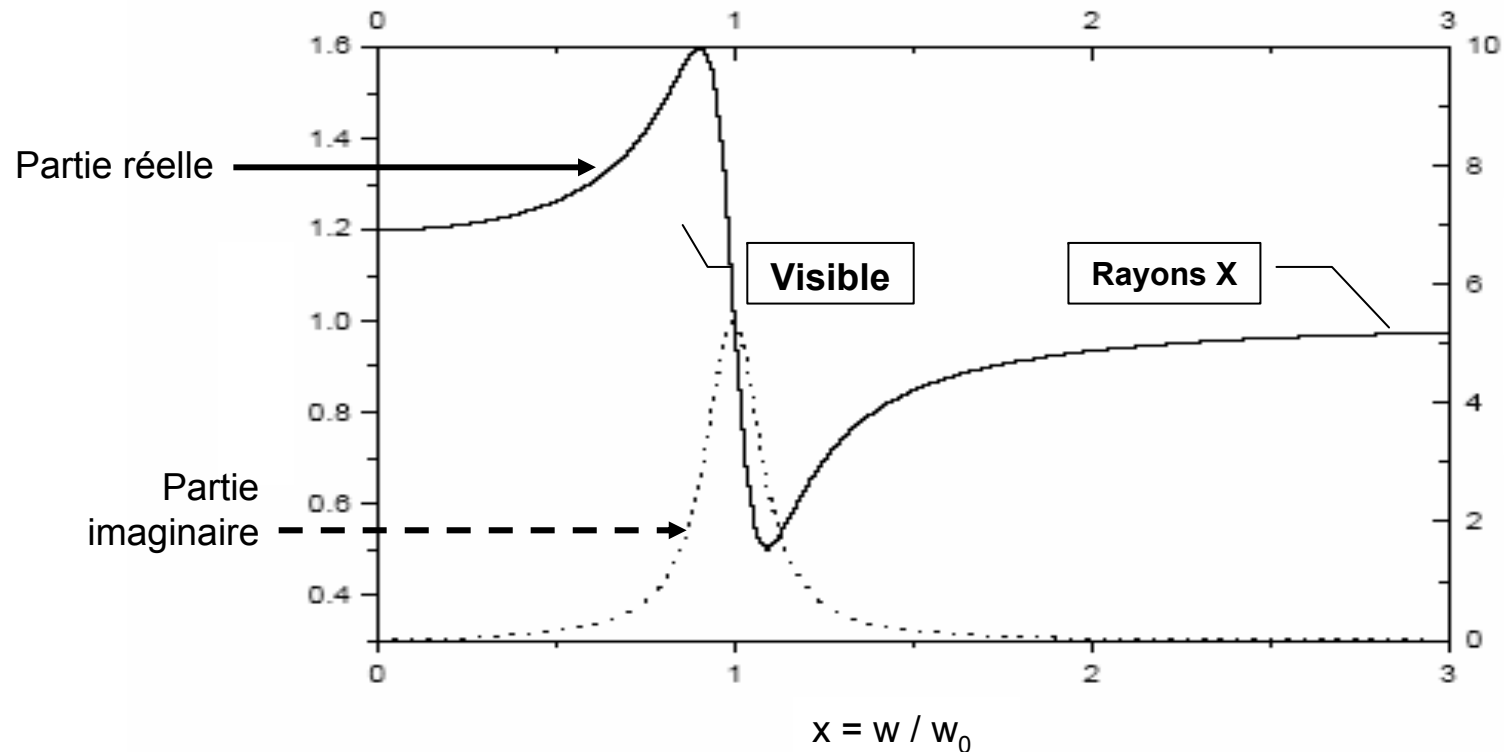
3 – Analogies avec l'électronique: diagramme de Bode de la susceptibilité diélectrique ; Centrale 2008



On donne ci-dessous l'allure des courbes représentant n' et n'' en fonction de $x = w / w_0$.

a - Quelle est la partie de la courbe qui correspond au domaine visible ? Est-elle compatible avec la formule de Cauchy ? Dans quel cas a-t-on réflexion totale ?

b- On constate la réflexion totale des rayons X sur toute surface, si l'angle que fait le rayon avec la surface est assez faible. Montrer que cela suppose que l'indice de réfraction du matériau, pour les rayons X, est inférieur à 1. L'angle critique est de quelques mrad : à quelle partie de la courbe ci-dessus cela correspond-t-il ? La définition $n = c / v$ est-elle mise à mal ? Que signifie indice < 1 ?



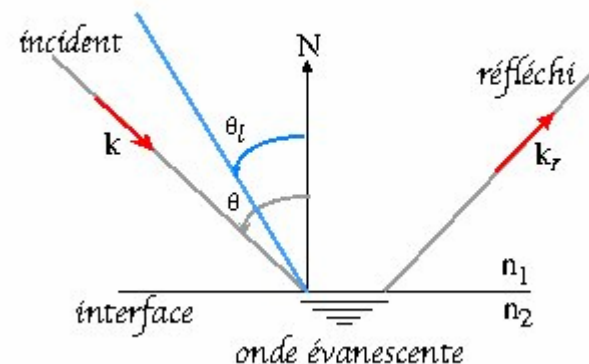
CH VII – Ondes et interfaces

Rappel : Interfaces; modélisations surfaciques

$$\mathbf{E}_2 - \mathbf{E}_1 = (\sigma / \epsilon_0) \mathbf{n}_{1 \rightarrow 2} \quad \text{et} \quad \mathbf{B}_2 - \mathbf{B}_1 = \mu_0 \mathbf{j}_s \wedge \mathbf{n}_{1 \rightarrow 2}$$

- **1 – Réflexion transmission d'une onde sonore** plane progressive sous incidence normale sur une interface plane infinie entre deux fluides: coefficients de réflexion et de transmission, des vitesses, des surpressions et des puissances sonores.
- **2 – Réflexion-réfraction d'une onde électromagnétique** plane progressive sinusoïdale polarisée rectilignement à l'interface entre deux diélectriques homogènes et isotropes:
 - lois de Descartes
 - coefficients de réflexion et de transmission de l'amplitude du champ électrique et de la puissance dans le cas de l'incidence normale.**Justifier le déphasage de π** observé à la réflexion d'une onde lumineuse sur un milieu plus réfringent.
- **3 – Onde évanescente** si incidence $>$ limite de réfraction
- **4 - Angle de Brewster-équerre optique**
- **5 – Effet de peau pour un conducteur**; qu'appelle-t-on conducteur parfait? supraconducteur?

Exercice : calculer les coefficients r et t pour une incidence non nulle.



Exercices – Bilans énergétiques et pressions de radiation

Bilans énergétiques :

$$\langle \Pi \rangle = (1/\mu_0) \langle \underline{\mathbf{E}} \wedge \underline{\mathbf{B}} \rangle = (1/2\mu_0) \text{Re}(\underline{\mathbf{E}} \wedge \underline{\mathbf{B}}^*)$$

OPPM dans MLHI :

$$\underline{\mathbf{E}} = c \underline{\mathbf{B}} / \underline{n}$$

1^{er} cas:

Milieu non absorbant : n réel

\mathbf{E} et \mathbf{B} sont en phase

2^{ème} cas:

Milieu absorbant: $\underline{n} = n' - j n'' = n_0 \exp(j\phi)$

\mathbf{E} et \mathbf{B} ne sont plus en phase

$$\langle \Pi \rangle = (1/2\mu_0) \text{Re}(\underline{\mathbf{E}} \wedge \underline{\mathbf{B}}^*) =$$

$$n_0 [|\mathbf{E}|^2 \cos(\phi)] / (2\mu_0 c) = n_0 (\varepsilon_0 c/2) |\mathbf{E}|^2 \cos(\phi)$$

Pressions de radiation:

OPPM arrivant en incidence normale, dans le vide, sur une surface S , absorption totale

Energie volumique électromagnétique :

$$w = \varepsilon_0 E^2/2 + B^2 / (2\mu_0) = \text{ici } \varepsilon_0 E^2 = B^2 / \mu_0$$

$$a) \quad W c S = F c = P_{\text{rad}} S c$$

$$b) \quad \Pi = EB/\mu_0 = Fc/S$$

$$\text{et } EB/\mu_0 = E^2/\mu_0 c = \varepsilon_0 c E^2$$

Dans les 2 cas, $P_{\text{rad}} = F/S = w = \Pi/c$

Lien avec la thermodynamique, modèle unidimensionnel, absorption totale :

$$U = N h \nu \Rightarrow U/V = n h \nu = P_{\text{rad}}$$

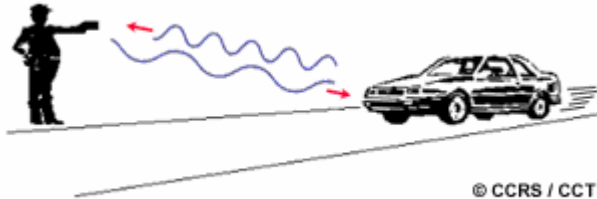
($U = PV/2$ si réflexion; $U = 3PV$ si modèle 3D)

Du laboratoire à votre cuisine: ondes centimétriques- GHz

« Radio Detection And Ranging » RADAR

Implanté d'abord sur les navires (1930) les radars mesurent des vitesses (radar Doppler, non imageur) ou établissent des cartes (radars imageurs).

Les bandes radar que l'on désigne par des lettres, s'étendent de la bande K (entre 7,5 et 11,0 mm) à la bande P (entre 30 et 100 cm).



Téléphonie mobile : Les canaux de fréquence se situent aux environs de 0,9 GHz , 1, 8 GHz et 2,1 GHz.
Puissance 2 W

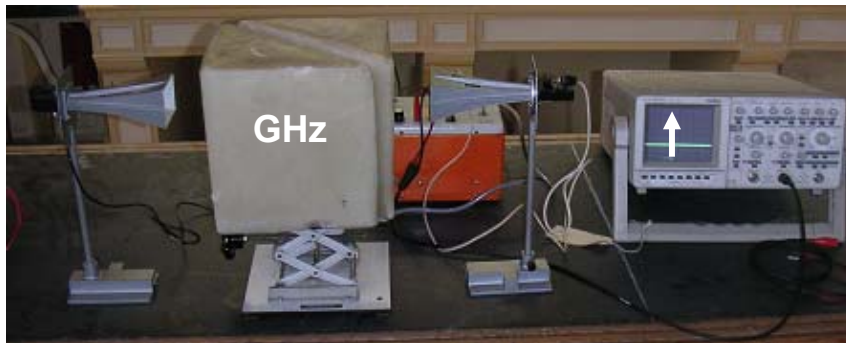
Des gigahertz dans votre cuisine

Inventé il y a 50 ans, le premier four à micro-ondes mesurait 1,8 mètre de largeur et pesait 340 kg.
Il avait été vendu à un restaurant pour 4000 dollars.

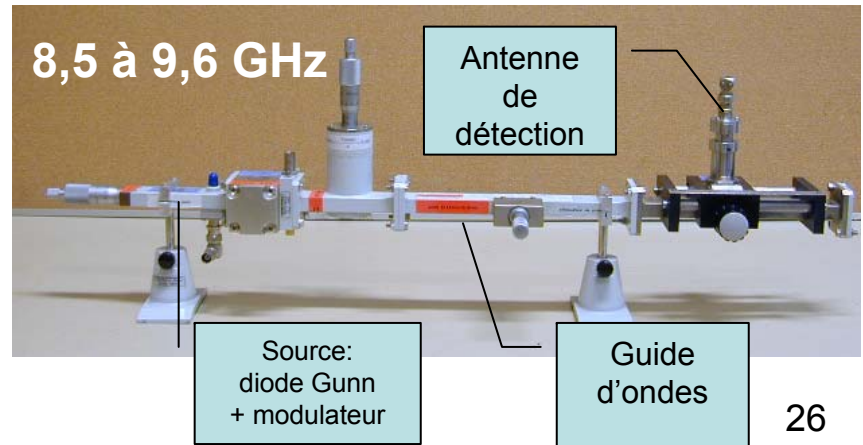
0,9 à 2,1 GHz; 2 W



Expérience d'onde évanescente



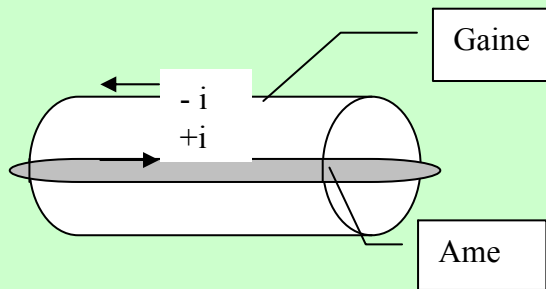
Banc hyperfréquence pour TP



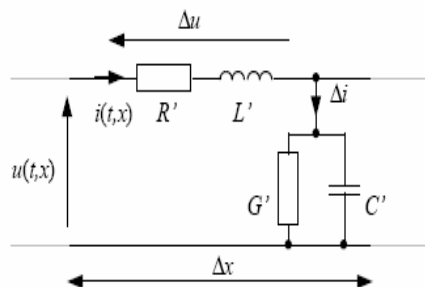
TP-TD - Propagation guidée: câble coaxial, guides d'ondes, fibres optiques

Câble coaxial MHz

I – Caractéristiques d'un câble coaxial
Savoir définir l'inductance linéique Λ
et la capacité linéique Γ du câble.

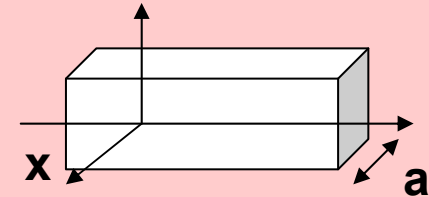


II – Câble avec ou sans pertes, modèle dit
à constantes réparties $\Lambda\Gamma c^2 = 1$



Guides d'ondes GHz Fibres optiques 10¹⁴ Hz

I – Modes propres



Exemple $E = f(x) \cos(\omega t - kz) \mathbf{u}_y$
+ d'Alembertien et conditions aux limites,

d'où modes propres et pulsation de coupure :

$$k^2 = \omega^2/c^2 - n^2 \pi^2/a^2$$

II – Modulations et Multiplexage (télécommunications)

Adaptation aux longueurs d'antennes = modulations

TP : modulation d'amplitude avec multiplieur,
émission/réception: démodulation avec diode et circuit RC

Multiplexage temporel = commutations; chaque signal est
commuté à tour de rôle à grande fréquence.

Multiplexage fréquentiel = spatial = répartition en intervalle de
fréquences, en fait de longueurs d'onde (optique $\lambda = c/f$)

Multiplexage par code

Equations de d'Alembert

Propagations: $\Delta X = (1/c^2) \partial^2 X / \partial t^2$

Domaines d'étude et ordres de grandeur	Grandeurs couplées	Equations couplées	Grandeurs couplées
Acoustique Vitesse du son 300m/s; 20-20000 Hz Voir aussi ultrasons	Surpression p Pa (pascal)	Equation d'Euler Bilan en masse Coefficient de compressibilité	Vitesse mésoscopique m/s
Câble coaxial « Vitesse de la lumière » < 300 000 km/s; MHz	Potentiel électrique V (volt)	Modèle à constantes réparties Loi des nœuds Loi des mailles	Intensité du courant A (ampère)
Ondes électro-magnétiques « Vitesse de la lumière » $3 \cdot 10^8$ m/s Electronique: 1000 Hz Téléphonie mobile: GHz, W (puissance en watt) Four à micro-ondes : GHz, kW Optique: 10^{14} Hz ...	Champ électrique V/m Flux électrique en V.m Capacité en F(farad)	Equations de Maxwell, dont 2 équations de flux + Couplage par Éq. de Maxwell-Faraday Eq. de Maxwell-Ampère	Champ magnétique T (tesla) B terrestre $\approx 47 \mu\text{T}$ au centre de la France (0,5 gauss) Flux magnétique en Wb (weber); $1\text{Wb} = 1\text{V}\cdot\text{s}$ Inductance en H (henry)

Du *momentum* latin aux multiples *moments* de la Physique

Latin *Momentum* = mouvement, impulsion, d'où durée d'un mouvement

↓
Apparu en Physique en 1765
comme « pression d'un poids »

↓
Apparu en français
avec ce sens-là en 1189

Moment magnétique (vecteur) – **Moment cinétique** (vecteur) – Moment d'inertie (scalaire) – **Moment des forces** (vecteur)

$$\mathcal{M} = I \mathbf{S} = (-e / 2 m) \mathbf{L} \text{ où } \mathbf{L} = J \boldsymbol{\omega} \quad \mathbf{dL} / dt = \mathbf{M} \text{ Moments des forces} = \mathcal{M} \wedge \mathbf{B} = (-e/2m) \mathbf{L} \wedge \mathbf{B}$$

1900: précession de Larmor
(physicien irlandais) pour l'électron

précession

Le cas du proton et du neutron

Particules de spin ½

proton : $\vec{\mu}_p = \gamma_p \vec{S}_p$ avec $\gamma_p \approx 2.79 \frac{q}{m_p}$

neutron : $\vec{\mu}_n = \gamma_n \vec{S}_n$ avec $\gamma_n = -1.91 \frac{q}{m_n}$

Précession de la rotation terrestre

